Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo **3** — Ročník **20** — Internet http://matik.strom.sk

Čaute, čaute!

Veru, Vianoce sú preč, sneh je preč (škoda, že tu ani nebol), koláčiky sú preč, prázdniny sú preč, ale prichádza toľko vysnívaný Matik. Keby len ten, no zračí sa nám tu už aj nebezpečne rýchlo sa blížiace sústredenie, na ktoré sa podarilo dostať mnohým z vás. Veríme, že už zbierate Billa-tašky na „šlizanie sa“ (vyslovuj mäkko). Zlé snežné podmienky spôsobili aj zdržanie poradia, no tieto technické problémy sa nám podarilo zvládnuť a už je všetko v poriadku. Nový príbeh, nové úlohy, to všetko sme vytvorili práve pre Teba. Nikdy si Matik neriešil? Nevadí, všetci začíname nový semester od nuly, stačí si prečítať pravidlá a pustiť sa do toho. Ešte stále čítaš úvod? To nemyslíš vážne, veď ostatní už počítajú! No tak šup-šup zavariť si hlavičku...

TéEmEm

Už tradične, aj tento rok organizuje Združenie Strom Tábor Mladých Matematikov. Je určený pre tých z vás, ktorí v školskom roku 2007/2008 budú v 8. alebo 9. ročníku základnej školy a 1. alebo 2. ročníku strednej školy. Žiaci osemročných gymnázií sa môžu TMM zúčastniť, ak budú v šk. roku 2007/2008 v tercii, kvarte, kvinte alebo sexte.
Tábor sa tohto roku uskutoční 14. – 24. augusta v ŠvP Kysak. Cena tábora nepresiahne 3 700 Sk. V cene je započítané ubytovanie, strava 5-krát denne a spoločná cesta na tábor a z tábora. Ak máš nezamestnaného rodiča a rád by si sa tábora zúčastnil, ponúkame ti možnosť sociálneho príspevku na tábor vo výške 30% účastníckeho poplatku (informuj sa).
Takže ak máš alebo poznáš niekoho, kto by mal o tábor záujem, na stránke `www.strom.sk/tabory` čoskoro nájdeš všetky potrebné informácie. Prípadne sa ozvi mailom na adresu `kuiso@strom.sk` a my Ti zašleme prihlášku na tento tábor.

Pravidlá súťaže

Priebeh. Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka ZŠ, tercie a kvarty osemročných gymnázií, zapojiť sa však môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár). *MATIK* prebieha formou korešpondencie – počas letnej časti vyjdú postupne dve série po 6 úloh. Úlohy, ktoré sa Ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. My úlohy opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené úlohy spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia, poradie i zadania novej série dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a umiestniš sa v celkovom poradí po dvoch sériách do 30. miesta, čaká Ťa odmena, ktorá stojí za to. Môžeš sa tešiť na týždňové sústredenie v peknom prostredí, nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Ďalších dvoch účastníkov sústredenia vyžrebujeme spomedzi riešiteľov, ktorí v každej sérii získali aspoň 5 bodov. Tak hor sa do toho!

Bodovanie. Za správne vyriešenú úlohu získaš 5 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci,kvarta: všetky vyriešené úlohy
ôsmaci: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
siedmaci,tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

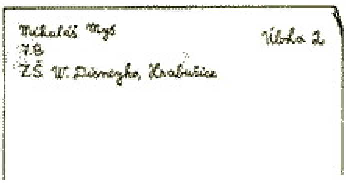
Sekundy, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za $3, 2, 4, 1, 5$ a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

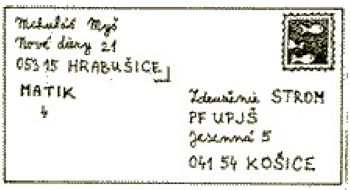
Ako písať riešenie? Úlohy rieš samostatne a **neopisuj** (za opisovanie budeme strhávať body). Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí; Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „MATIK“ . K prvým riešeniam nezabudni pridať **vyplnenú prihlášku** (alebo jej kópiu). Obálka s riešeniami je niekedy ťažšia, preto sa nečuduj, keď budeš musieť na pošte platiť viac. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odoslania, riešenia s dátumom poštovej pečiatky po termíne nebudeme opravovať.



Riešenie



Obálka

A ináč ... Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako *MATIK*, máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo Ťa zaujíma niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Budeme radi, aj keď nám pošleš vlastný príspevok do časopisu, alebo napíšeš len tak, ako sa Ti páči *MATIK*. Poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „MATIK“.

Vzorové riešenia 2. série úloh

1

opravovali **Alexik Kuncová** a **Nikuš Špesová**

najkrajšie riešenia: Viktória Hroncová, Jozef Lami, Martin Vodička

47 riešení

Ako prvé si uvedieme riešenie, ktoré sa často využíva pri úlohách na zmesi (zíde sa vám poznať takýto spôsob riešenia):
Najprv zistíme, koľko stojí 1dl každej pasty.

2 dl pomarančovej pasty stoja 12 Sk . . . . 1 dl stojí $\frac{12}{2}=6$ Sk
2 dl jabĺčkovej pasty stoja 8 Sk . . . . 1 dl stojí $\frac{8}{2}=4$ Sk

Teraz si vypočítame množstvo každej pasty za 1 Sk.

za 1 Sk kúpime . . . . $\frac{1}{6}$ pomarančovej pasty
za 1 Sk kúpime . . . . $\frac{1}{4}$ jabĺčkovej pasty

Vieme, že v miešanej paste sú jabĺčková a pomarančová zložka zastúpené v takom pomere, aby ceny oboch zložiek boli rovnaké. Tieto rovnaké ceny si označíme x Sk.

za x Sk dostaneme . . . . $\frac{1}{6}\cdot x$ dl pomarančovej pasty
za x Sk dostaneme . . . . $\frac{1}{4}\cdot x$ dl jabĺčkovej pasty

Množstvo miešanej pasty sa rovná súčtu pomarančovej a jabĺčkovej zložky za rovnakú cenu x je

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x.$$

Chceme 2 dl takejto miešanej pasty, preto zostavíme rovnicu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x &= 2 \\ 2x + 3x &= 24 \\ 5x &= 24 \\ x &= \frac{24}{5} \\ x &= 4,80 \text{ Sk} \end{aligned}$$

Cena, ktorá je rovnaká pre každú z oboch zložiek v 2dl miešanej pasty je 4, 80 Sk. Keďže máme v paste zložky dve, cena za 2 dl tejto miešanej pasty je

$$2\cdot 4,80 \text{ Sk} = 9,60 \text{ Sk}$$

Riešenie, pre ktoré sa rozhodla väčšina z vás:
Vieme, že 1 dl pomarančovej pasty stojí $\frac{12}{2} = 6$ Sk a 1 dl jabĺčkovej pasty stojí $\frac{8}{2} = 4$ Sk.

Aby sme zistili, ako sa správajú množstvá jednotlivých pást za rovnakú cenu, nájdeme si najmenší spoločný násobok 6 a 4, čo je 12. Teraz si vypočítame, koľko ktorej pasty za 12 Sk kúpime:
Za 12 Sk si kúpime 2 dl $\left(\frac{12}{6}\right)$ pomarančovej pasty a 3 dl $\left(\frac{12}{4}\right)$ jabĺčkovej pasty. Máme pasty za rovnakú cenu, a tak z nich môžeme namiešať jednu pastu. Každá zo zložiek stojí 12 Sk, preto bude cena miešanej pasty, ktorú si zhotovíme $2 \cdot 12 = 24$ Sk. Zmiešame 2 dl pomarančovej a 3 dl jabĺčkovej pasty, spolu budeme mať $2\,\mathrm{dl} + 3\,\mathrm{dl} = 5\,\mathrm{dl}$. Teraz máme 5 dl miešanej pasty za 24 Sk, ktorá spĺňa podmienky v zadaní a my potrebujeme len 2 dl z nej, preto si najprv zistíme koľko korún stojí 1 dl miešanej pasty: $\frac{24}{5} = 4,80$ Sk. A teda 2 dl budú stáť

$$2 \cdot 4,80\ \mathrm{Sk} = 9,60\ \mathrm{Sk}.$$

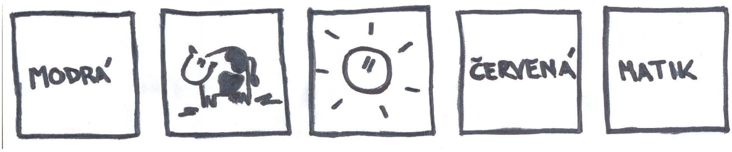
Komentár. Úloha sa dala vypočítať viacerými spôsobmi, o ktorých sme sa aj my dozvedeli až od vás. Veľa z vás našlo správne riešenie a prekonalo tak všetky nástrahy tejto úlohy. Viacerým sa stalo osudné, že ste počítali s tým, že v miešanej paste musia byť obe zložky v rovnakom pomere (rovnaké množstvo namiesto ceny) a vyšlo vám o 40 halierov viac ako malo. Ďalej je dôležité uvedomiť si, že sú úlohy, ktoré sa síce dajú vypočítať vypisovaním možností, no my vám to nedoporučujeme. Potom sú ale aj úlohy, ktoré sa týmto spôsobom riešiť nedajú, ako napríklad táto. Áno, skúšaním ste na správny výsledok nakoniec prísť mohli, no ak by išlo o čísla s viac ako jedným desatinným miestom, asi by ste riešenie touto metódou skôr či neskôr vzdali. V tejto úlohe nemáte šancu vyskúšať všetky možnosti, preto sme takéto riešenia nemohli odmeniť plným počtom bodov. Viac nás však mrzí, že sa musíme opakovať a opäť vás poprosiť, aby ste neopisovali, lebo nás zaujíma samostatné riešenie každého z vás.

2 opravovali **Katka Povolná** a **Nika Macková**

najkrajšie riešenia: Ján Spišiak, Dáša Krasnayová, Biba Kucerová

39 riešení

Začneme tým, že si uvedomíme, ako presne znela otázka. Koľko kartičiek najmenej musíme otočiť, aby sme mohli s určitosťou povedať, že: Ak je na kartičke kravička, tak z druhej strany je napísaná nejaká farba? (Uvedomme si, že veta vlastne hovorí: Ak kravička, tak potom farba).
Rozoberieme si zaradom jednotlivé kartičky.



Kartička s nápisom MODRÁ
O tejto kartičke vieme, že na druhej strane je nejaký obrázok (pretože v zadaní je dané, že kartička má na jednej strane slovo a druhá strana kartičky je obrázok). Ak na druhej strane kartičky kravička, tak potom veta bude platiť. Ak tam nebude

kravička, tak potom tam bude iný obrázok. Ale uvedomme si, že nikde nie je napísané, že zároveň nemôže platiť veta: Ak je na opačnej strane iný obrázok ako kravička, tak potom na prednej strane je farba. Takže ešte stále môže veta platiť. Keďže nám ani jedna možnosť nevylučuje platnosť vety, tak znamená, že kartičku otáčať nepotrebujeme.

Kartička s KRAVIČKOU

Na základe zadania je na druhej strane nejaké slovo. Ak tam je farba, tak veta platí. Ak tam nie je farba, tak veta neplatí. Keďže veta môže, no nemusí platiť, tak musíme otočiť kartičku, aby sme zistili pravdivosť vety.

Kartička so SLNIEČKOM

Opäť nám zadanie hovorí, že na druhej strane bude slovo. Keďže ani na jednej strane nemôže byť kravička, tak sa tejto kartičky veta vôbec netýka. Nepotrebujeme ju otáčať.

Kartička s nápisom ČERVENÁ

Tak ako pri kartičke s nápisom modrá, aj tu pri rozobratí možností dospejeme k tomu, že kartičku nepotrebujeme otáčať.

Kartička s nápisom MATIK

Veľa z vás si myslelo, že táto kartička je len na zmätenie nepriateľa. No nebola. Na druhej strane, keďže na prednej strane je slovo, je obrázok, čiže tam môže byť aj kravička. Ak tam bude kravička, tak potom veta neplatí, lebo na druhej strane kartičky s kravičkou nebude farba. Ak tam nebude kravička, tak potom veta platí, lebo zadanie nevylučuje, že nemôže platiť aj: Ak je na jednej strane kartičky iný obrázok, tak potom na druhej strane kartičky je slovo Matik. Teda sa dostávame k tomu, že nevieme povedať či, veta platí. Takže musíme kartičku otočiť, aby sme zistili, či platí alebo neplatí veta.

Z rozobratia možností vyplýva, že musíme otočiť dve kartičky a to kartičku s kravičkou a kartičku Matik.

Komentár. Väčšina z vás vôbec nepochopila úlohu. Pritom si myslím, že zadanie nebolo napísane nezrozumiteľne. Stačilo len nad príkladom trošku viac pouvažovať. Kameňom úrazu bola kartička Matik. Veľa z vás si povedalo, že to je len kartička do počtu a vôbec sa ňou nezaoberalo, a pritom bolo potrebné ju otočiť. Do budúcna, keď bude niečo v príklade príliš jasné, tak pre istotu nad tým ešte pouvažujte.

3

opravovala **Majka Lorková**

najkrajšie riešenia: Alena Jančárová, Jozef Lami, Veronika Vašková

42 riešení

Zhrňme si najprv fakty, ktoré máme priamo v zadaní:

- hru hrajú traja hráči
- hrajú tri kolá
- po každom kole ten, ktorý prehral zdvojnásobí sumu svojich protihráčov a jemu sa suma zníži o súčet korún, ktoré dal tým dvom

- každý hráč prehral raz
- na konci mali všetci 8 Sk

Pri hľadaní pôvodnej sumy, ktorú mali jednotliví hráči, budeme postupovať odzadu. Teda po poslednej hre mali všetci 8 Sk, ale v tejto hre niekto prehral, predpokladajme, že to bol hráč č. 1. Ten navýšil financie 2. a 3. hráčovi dvakrát toľko ako mali, t. j. 2. a 3. hráč mali pred treťou hrou 8: 2= 4 Sk a 1. hráč mal $8 + 4 + 4 = 16$ Sk.
V druhej hre tiež niekto prehral, ale bol to niekto iný ako v tretej hre. Nech to bol druhý hráč. Tretí hráč mal po druhej hre na konte 4 Sk, pred hrou mal teda polovicu z týchto peňazí, t. j. $4 : 2 = 2$ Sk. Prvý hráč mal po druhej hre 16 Sk, pred hrou mal teda $16 : 2 = 8$ Sk. Druhý hráč, keďže v hre prehral mal pre ňou o $2 + 8 = 10$ Sk viac, t. j. mal 14 Sk.
V prvej hre prehral tretí hráč. Druhý hráč mal pred hrou polovicu zo 14 Sk, teda 7 Sk, prvý mal polovicu z 8 Sk, teda 4 Sk. Tretí hráč teda pred hrou musel mať $2 + 7 + 4 = 13$ Sk.
Celé riešenie si môžeme zapísať aj do tabuľky:

	pred hrou	1. hra	Sk	2. hra	Sk	3. hra	po hre
1. hráč	4	výhra	8	výhra	16	prehra	8
2. hráč	7	výhra	14	prehra	4	výhra	8
3. hráč	13	prehra	2	výhra	4	výhra	8

Na začiatku hry mali teda jednotliví hráči 13, 7 a 4 Sk, pričom ako prvý prehral ten, ktorý mal 13 Sk, potom ten, ktorý mal 7 Sk a nakoniec prehral ten, ktorý mal pôvodne 4 Sk.

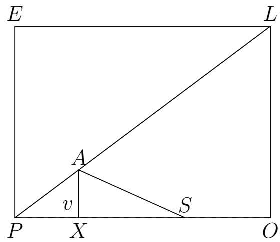
Komentár. Je mi to veľmi ľúto, ale takmer polovica z vás úlohu nepochopila správne. Riešili ste to totiž tak, že hráčom, ktorí vyhrali sa síce ich suma po každej vyhratej hre zdvojnásobila, ale tomu, ktorý prehral, ste neodpočítali sumu, o ktorú svojim spoluhráčom zvýšil ich obnosy. Keďže hrali s peniazmi, ktoré mali v hre od začiatku, nemohli mať na konci hry na konte spolu viac, ako pri vstupe do hry. To ste si však neuvedomili a takmer všetci, ktorí ste to riešili týmto spôsobom ste ako riešenie uviedli, že na začiatku mali hráči 2 Sk. To by platilo jedine v prípade, že by sa výhercom suma po hre vždy zdvojnásobila, ale tomu, ktorý prehral by ostávala pôvodná suma. To je však iná úloha, takže takéto riešenia som nemohla uznať. Inak tí, ktorí to riešili správne mali veľmi pekné riešenia.

4 opravovala **Lucia Matfiaková** — 44 riešení

najkrajšie riešenia:

Našou úlohou bolo vypočítať obsah trojuholníka PSA. Zo zadania vieme, že $|PS| = \frac{2}{3}|PO|$ a $|PA| = \frac{1}{4}|PL|$. Ak sa lepšie prizrieme na obrázok uvedomíme si, že trojuholník PAX je podobný trojuolníku POL. Premýšlajme spolu. Uhly majú oba trojuholníky rovnaké. Strany už nie, ale keďže vieme že sú trojuholníky podobné, tak si strany dopočítame.

Nakoľko už bolo povedané, že $|PA| = \frac{1}{4}|PL|$, tak aj naša výška na stranu PS (AX) v trojuholníku PSA bude štvrtinou zo strany OL, teda $|XA| = \frac{1}{4}|OL|$. Navyše zo zadania ešte vieme, že obsah celého poľa je 60 m^2. Pozrime sa ako vyzerajú jednotlivé obsahy.



$$S_{POLE} = |PO| \cdot |OL| = 60 \text{ m}^2$$
$$S_{PSA} = \frac{|PS| \cdot v}{2}$$

Dosadíme si do nich, čo poznáme zo zadania úlohy a dostávame:

$$\begin{aligned} S_{PSA} &= \frac{\frac{2}{3}|PO| \cdot \frac{1}{4}|PE|}{2} \\ S_{PSA} &= (|PO| \cdot |PE|) \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}}{2} \\ S_{PSA} &= \frac{1}{12} 60 \text{ m}^2 \\ S_{PSA} &= 5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Teda obsah trojuholníka PSA je 5 m^2.

Komentár. Táto úloha bola veľmi zaujímavá a pomerne jednoduchá, len si ju trebalo správne nakresliť. Väčšina z vás ju mala dobre vyriešenú. Niektorí sa dopracovali k správnemu výsledku iným, možno trochu zdĺhavejším, ale tiež správnym spôsobom. Tí, ktorým sa úloha nepodarila vyriešiť si môžu prečítať správne riešenie.

5 opravovali **Hanka Jergušová** a **Katka Povolná**

najkrajšie riešenia: všetci päťbodoví

49 riešení

Musíme si uvedomiť, aké všetky fakty nám zadanie poskytuje. Teda máme dvojciferné číslo ab, pre ktorého cifry a, b platí, že $a > b$, $b \neq 0$ a taktiež, že $\frac{a \cdot b}{a+b}$ je prirodzené číslo. Uvedomme si, že pri výpočte číslic a, b nie je podstatné, ktorú z hodnôt presne nadobudne a a ktorú b, ale v závere riešenia zohľadníme podmienku $a > b$. Teraz sa skúsime systematicky pozrieť na čísla, ktoré vyhovujú zadaniu a niektoré z nich sa pokúsime vylúčiť.
Uvažujme, že jedna z hodnôt je 1. Nech to je a. Teda $\frac{1 \cdot b}{1+b} = \frac{b}{1+b}$ má byť prirodzené číslo. To platí len pre $b = 0$, no to nám vylučuje zadanie.
Prejdime na ďalšiu cifru, a to 2. Náš výraz vyzerá takto: $\frac{2 \cdot b}{2+b}$. V tomto prípade nám neostáva nič iné iba vypísať a overiť všetky možnosti, teda

$\frac{2\cdot 3}{2+3} = 1$ zv. 1 $\quad \frac{2\cdot 4}{2+4} = 1$ zv. 2 $\quad \frac{2\cdot 5}{2+5} = 1$ zv. 3 $\quad \frac{2\cdot 6}{2+6} = 1$ zv. 4

$\frac{2\cdot 7}{2+7} = 1$ zv. 5 $\quad \frac{2\cdot 8}{2+8} = 1$ zv. 6 $\quad \frac{2\cdot 9}{2+9} = 1$ zv. 7

Ani raz sme nedostali prirodzené číslo, teda nevyhovuje ani jedna z dvojíc.
Ďalšia cifra je 3. Dosadením do výrazu $\frac{3\cdot b}{3+b}$ dostávame hodnoty

$$\frac{3\cdot4}{3+4} = 1 \text{ zv. } 5 \qquad \frac{3\cdot5}{3+5} = 1 \text{ zv. } 7 \qquad \frac{3\cdot6}{3+6} = 2$$

$$\frac{3\cdot7}{3+7} = 2 \text{ zv. } 1 \qquad \frac{3\cdot8}{3+8} = 2 \text{ zv. } 2 \qquad \frac{3\cdot9}{3+9} = 2 \text{ zv. } 3$$

Dostali sme sa k prvé riešeniu. Je otázne, či je to jediná možnosť. Možno áno, ale niesme si istí, preto pokračujeme ďalej.
Skúsime ďalšiu cifru a to 4. Máme výraz $\frac{4\cdot b}{4+b}$, dosadením získame

$$\frac{4\cdot5}{4+5} = 2 \text{ zv. } 2 \qquad \frac{4\cdot6}{4+6} = 2 \text{ zv. } 4 \qquad \frac{4\cdot7}{4+7} = 2 \text{ zv. } 6$$

$$\frac{4\cdot8}{4+8} = 2 \text{ zv. } 8 \qquad \frac{4\cdot9}{4+9} = 2 \text{ zv. } 10$$

Znovu nič, možno nájdeme šťastie pri číslici 5, dosadením do $\frac{5\cdot b}{5+b}$. Máme

$$\frac{5\cdot6}{5+6} = 2 \text{ zv. } 8 \qquad \frac{5\cdot7}{5+7} = 2 \text{ zv. } 11 \qquad \frac{5\cdot8}{5+8} = 3 \text{ zv. } 1 \qquad \frac{5\cdot9}{5+9} = 3 \text{ zv. } 3$$

Teraz skúsime číslicu 6. Dosadením do $\frac{6\cdot b}{6+b}$ máme hodnoty

$$\frac{6\cdot7}{6+7} = 3 \text{ zv. } 3 \qquad \frac{6\cdot8}{6+8} = 3 \text{ zv. } 6 \qquad \frac{6\cdot9}{6+9} = 3 \text{ zv. } 9$$

Hm, nič, možno už nič nenájdeme, ale radšej pokračujme :-).
Cifra 7 nám dá už len hodnoty

$$\frac{7\cdot8}{7+8} = 3 \text{ zv. } 11 \qquad \frac{7\cdot9}{7+9} = 3 \text{ zv. } 15$$

A už tu máme len jednu dvojicu číslic, a to 8 a 9, teda $\frac{8\cdot9}{8+9} = 4$ zv. 4, čo taktiež nevyhovuje.
Teda jediná dvojica číslic, ktorá nám vyhovovala je 3,6 a keďže $a > b$, tak výsledkom bude dvojčíslie 63. Takže hľadaná predvoľba je 63.

Komentár. Väčšina z vás si vybrala metódu vypisovaním, ktorá je síce správna, ale mala by byť precízna. Keď vypisujete všetky možnosti, treba vypísať naozaj všetky. Ak nejakú náhodou vylúčite, treba zdôvodniť prečo. A hlavne, ak nájdete jedno riešenie, neznamená to, že je aj jediné, mali by ste vyskúšať aj ostatné možnosti. Aj napriek tomu ste sa však všetci s úlohou pekne popasovali, len tak ďalej. :)

6 opravovali **Žužu Harmincová** a **Pali Hery Harminc**

najkrajšie riešenia: Viktor Futó, Martin Vodička

37 riešení

Chceme zistiť, či musí byť na troch Casperoch rovnaké číslo. Zamyslime sa, čo by sa stalo, ak by to tak nebolo. Najmenší možný súčet dostaneme pri sčítavaní za sebou idúcich čísel začínajúcich číslom 1. Keď sčítame $1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + \ldots + 23 + {}$ ${} + 23 + 24 + 24 + 25 = 625$ (premyslite si, že naozaj menší súčet nedostaneme), čo je viac ako súčet 624 spomínaný v zadaní. Vidíme, že pri zadaných podmienkach je aj ten najmenší súčet väčší ako 624, preto sa musí nejaké číslo vyskytnúť viac ako dvakrát, čím je naša úloha vyriešená.

Komentár. Táto úloha nebola tažká, no napriek tomu sme nemohli všetkým udeliť plný počet. Mnohí ste uvažovali úplne nesprávne, tak sa poučte a nabudúce nech to je za 5 bodov.

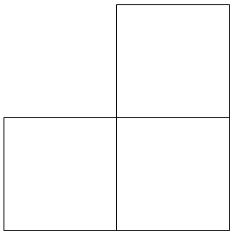
Zadania 3. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **14. marca 2007**

Jedna vločka, dve vločky... „Sneží!" zaradovala sa Kkus, „Konečne." Hneď na to vyšiel z jaskyne náčelník v ešte teplej koži zo šablozubého tigra. Aj keď nemal ľavú nohu a pravé oko, Kkus ho milovala. Mrť bol múdry a celý kmeň ho uznával ako dobrého náčelníka. „Neviem či už..." zaváhal. Lov mamutov bola vážna vec. „Áno, teraz je ten správny čas!" povedal Ko, ktorý sa vynoril zo susednej jaskyne. Ko bol statný chlap a očividne nebol zmierený s monogamiou v kmeni. Ale teraz to bolo jedno. Chcel odísť čím skôr. Kmeň už pekných pár rokov prosperoval a všetci boli šťastní. Náčelník vládol múdro, aj keď odkedy sa oženil, bol trochu pod papučou.

Mrť a Kkus sa vrátili do svojej jaskyne, aby pripravili všetko na lov. Jaskyňa bola veľká a prepychovo zariadená. Všade na stenách viseli obdĺžníkové kože pravých, úplne normálnych pravekých zvierat a na poschodie viedli eskalátory. V strede jaskyne ich syn Džu robil pokus.

Úloha 1. *Džu chcel vedieť, či sa dá obdĺžniková koža mamuta s rozmermi* 8×5 *metrov rozstrihať na niekoľko rovnakých kusov tvaru L, zložených z troch štvorcov so stranou dĺžky 1 meter (ako na obrázku). Dá sa to? Ak áno, ako? Ak nie, prečo? Čo by sa zmenilo, ak by Džu skúmal obdĺžnikovú kožu z mamuta s rozmermi* 9×5 *metrov?*



Mama Kkus sa naňho vykričala: „To snáď nemyslíš vážne! Zase sa chceš vyhovoriť na školské pokusy? Toto je ešte horšie, ako keď si skúšal, koľko mamutov sa zmestí do telefónnej búdky! Mazaj do svojej izby!" „Ale mami, nestresuj. Klídek. Dýchaj pomaly. Nádych. Výdych." „Vypadniii!"

Džu sa rád vozí do svojej izby eskalátorom (pohyblivými schodmi, aké nájdete v napríklad v obchodných domoch). Niekedy je ale netrpezlivý, lebo eskalátor sa strašne vlečie. Cestu si kráti tým, že behá po schodoch.

Úloha 2. *Vybehnúť 10 schodov hore mu trvá presne 5 sekúnd. Ak vybehne 6 schodov, musí sa ešte 33 sekúnd viezť, kým sa dostane hore. Ak vybehne 15 schodov, trvá ešte 15 sekúnd, kým sa vyvezie hore. Ako dlho trvá Džuovi, kým sa vyvezie eskalátorom, ak nebehá po schodoch? Raz Džuovi preplo a rozbehol sa z druhého poschodia smerom nadol (po tom istom eskalátore, ktorý ide nahor). Ako dlho mu to trvalo, ak zbehnúť po desiatich schodoch mu zaberie 5 sekúnd?*

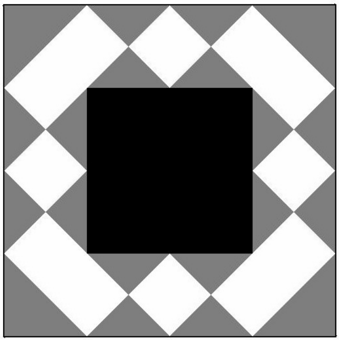
Mrť si len povzdychol a poznamenal: „Aj ja som bol taký, keď som bol v jeho veku. Myslíš, že už je dosť starý na to, aby šiel na lov s nami?" „Asi áno. Ale

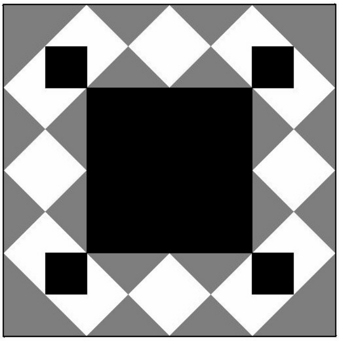
daj naňho pozor. Nieže niečo vyvedie ako minule, keď sa pokúšal domestifikovať šablozubého tigra!“
Ráno sa všetci muži kmeňa rozlúčili s rodinami a vybrali sa na lov mamutov. Putovali asi pol dňa, keď odrazu Krb zanôtil, že vidí mamutiu stopu. Pustili sa teda po nej, ale nikde mamuty nevideli a bolo im čoraz teplejšie. Na druhé ráno Krb poznamenal: „To bude nejaký nový druh mamutov. Majú nohy naopak.“ „HU!?“ povedal zvyšok kmeňa a pustil sa do krvilačného prenasledovania Krba, tentoraz už správnym smerom.
Úloha 3. *Krb videl, že je zle a rozhodol sa vyštverať na strom, ktorý bol od nich vzdialený 400 metrov. Ko a Mrť vyštartovali z toho istého miesta a v tej istej chvíli, ako Krb. Krb bol najrýchlejší, a keď dobehol k stromu, tak Koovi chýbalo k stromu 20 metrov. Keď Ko ako druhý dobehol k stromu, tak Mrťovi chýbalo ešte 20 metrov (predsa len, mal len jednu nohu). Ak všetci bežali rovnomernou rýchlosťou, ako ďaleko bol Mrť od stromu, keď Krb dobehol k stromu?*

Po týždni putovania správnym smerom konečne zbadali mamuty. Lov mamutov je náročná vec, ale podstata je jednoduchá. Sú dve možnosti. Prvá je odlákať jedného mamuta od stáda pomocou vtákov pika, ale tie sa tu nevyskytujú. Preto sa častejšie sa používa takzvaná skalná metóda. Treba len vedieť, ako čo najhumánnejšie zhodiť na mamuta aspoň 5-tonovú skalu. Mamuty sú od prírody flegmatické a nič ich nikdy neruší. Jediné, čo ich vie vyplašiť, je obradný spev. Áno, presne tak...
Krb bol šamanom kmeňa. Chcel sa zavďačiť bohom za nájdené mamuty, a tak spustil: „Óóóóóó ďakujeme ti óóóó veľký óóóóó...auuu, nechajte ma, ja som šaman! Nemôžete mi spôsobiť žiadnu fyzickú ujmu ...AU!“ Ale jasné, že mamuty už ušli preč. Muži z kmeňa tentoraz vyzerali naozaj nebezpečne a nablízku nebol ani žiaden strom, na ktorý by sa dalo vyštverať. „Nie, nechajte ma, už budem naozaj dobrýýýýýýý...“ rumázgal Krb. Ostatní debatovali o tom, či si ho ugrilujú alebo urobia vývar. V tom Džu zakričal: „Mamuty! A ešte väčšie, ako tie predtým!“ „Naozaj, také veľké mamuty sa len tak nevidia. Zdá sa, že je to rodinka.“ „Áno, ale majú mláďa. Nemôžme mu zabiť matku! Ale... ktoré sú samice?“
Úloha 4. *Samec mamuta má hmotnosť 10 ton a samica len 9,8 tony. Majú k dispozícii iba čertovsky veľké rovnoramenné váhy bez závažia s nosnosťou sto ton. Akým najmenším počtom vážení vedia rozlíšiť pohlavie siedmych mamutov ak vedia, že je tam 5 samcov a 2 samice? Pokúste sa objasniť, prečo sa to nedá na menej vážení.*

Kým ostatní vážili mamuty, Ko a Mrť sa mali vyštverať na previs a na jedného z nich zhodiť skalu. Nikto z kmeňa sa ich neopovážil sledovať, okrem Mrťovho syna. Džu mal iba 13 rokov, no bol taký múdry, ako jeho otec. Ako bonus mal ešte aj obe oči a dokonca aj nohy. Stále nosil šatku pre šťastie, ktorú mu zafarbila jeho mama, keď bol ešte malý.
Úloha 5. *Kkus mu chcela vyfarbiť štvorcovanú šatku (ako na obrázku) bielou, sivou a čiernou farbou, nevedela však, či má dostatok farbiva na látku. Mala k dispozicii 2 balenia čiernej farby. Na zafarbenie čiernej časti potrebovala celé jedno balenie a*

na to, aby zafarbila rovnakú plochu sivej farby jej stačil koncentrát polovičnej sily. Stačili jej tieto 2 balenia? Inokedy Kkus chcela zafarbiť šatku(na druhom obrázku) svojej dcére Ddus. Opäť mala len 2 balenia čiernej farby, lenže trochu iné. Jedno balenie novej farby stačilo presne na zafarbenie čiernej časti druhej šatky. Stačili jej tieto dve balenia?





Džu pozoroval ako Mrť a Ko vyliezli na štvrtohornú vyvýšeninu a s trochou námahy zhodili na mamuta skalu. O niečom sa hádali. „Vždy som bol šikovnejší, ale ty si mal stále viac šťastia...dávno si starý na náčelníka...mal by si sa vzdať funkcie" kričal Ko. „Áno? Aby si ty mohol vládnuť? Na to zabudni! Budem náčelníkom, až kým Džu nevyrastie!" „No to sa ešte uvidí..." Potom Džu videl niečo, čo vyzeralo ako zápas Koa a Mrťa. A zrazu Mrť s počiatočnou rýchlosťou 10 metrov za sekundu padal zo skaly. V tej chvíli sa Ko pozrel Džuovým smerom. Zbadal ho. Džu vedel, že musí ujsť. Nevedel kam, a tak sa rozhodol bežať len tak, kam ho nohy povedú. Putoval niekoľko dní kým mu došlo, že to asi nebol najlepší nápad. Nakoniec vysilený, hladný a premrznutý zaspal pod štvrtohorným skalným previsom. Snívalo sa mu o strašne ťažkej úlohe, ktorú nevedel vyriešiť.

Úloha 6. *Rozmýšľal, koľkými spôsobmi môžme vložiť niekoľko znamienok + do čísla 987654321 tak, aby výsledok vzniknutého výrazu bol 99. Pomôžte Džuovi vyriešiť jeho nočnú moru.*

Keď sa zobudil, hľadela naňho krásna tvár. Modrooké dievča vybehlo z dverí hneď, ako otvoril oči. Nevedel, kde je, a tak vyšiel von, aby to zistil. Pohľad, ktorý sa mu naskytol, vôbec nepoznal. Okolo neho boli domy postavené z dreva. Nikdy žiadne domy nevidel. Žil v jaskyni. V záhradkách rástol petržlen, v ohrade sa pásli tri mamuty a pred domom bol na reťazi šablozubý tiger. Toto nebol svet, na aký bol zvyknutý. Dostal sa do vyspelej civilizácie.

Poradie po 2.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy, **P** je prémia závislá od ročníka podľa pravidiel a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 2.	Martin Vodička	Sekunda	GAlejKE	30	5	-	5	5	5	5	60
	Alena Jančárová	7. C	ZNáleMI	30	5	5	5	5	4	5	60
3.	Júlia Lengvarská	7. B	ZHutnSN	28	3	4	5	5	5	2	55
4. – 5.	Richard Pisko	7.	ZKro4KE	23	5	-	5	5	5	5	53
	Ján Spišiak	Tercia	GGrösBA	25	3	5	5	5	5	1	53
6. – 7.	Petra Zibrínová	9. A	ZŠmerPO	26	5	1	5	5	5	5	52
	Dáša Krasnayová	Kvarta	GAlejKE	30	3	5	4	5	5	-	52
8.	Anna Janovcová	Kvarta	GAlejKE	27	5	2	5	5	5	2	51
9.	Bibiana Kucerová	Kvarta	GAlejKE	24	5	5	5	4	5	-	48
10.	Ladislav Hovan	9. A	ZKro4KE	26	5	2	5	5	3	1	47
11. – 14.	Ján Šimko	8. C	ZŠmerPO	20	3	0	5	5	5	5	46
	Jozef Lami	8. A	ZNov2KE	18	5	4	5	5	4	5	46
	Ján Hoffmann	Kvarta	GAlejKE	28	5	0	5	1	5	2	46
	Daniel Hennel	7. B	ZHutnSN	29	2	0	0	5	3	2	46
15.	Monika Vagnerová	Kvarta	GAlejKE	21	5	2	5	3	3	5	44
16.	Iveta Lederová	7. A	ZKro4KE	28	-	-	0	5	5	-	43
17. – 19.	Viktor Futó	7. A	ZKro4KE	27	5	-	0	-	-	5	42
	Katarína Buhajová	Kvarta	ZŠverSV	25	2	0	5	5	5	-	42
	Filip Sakala	8. C	ZDargHE	19	5	0	5	4	5	2	42
20. – 21.	Peter Gromóczki	9. C	ZStanKE	25	5	-	5	5	-	-	40
	Lenka Vašková	9. A	ZKro4KE	20	5	-	5	5	5	-	40
22.	Daniel Till	8. A	ZAngeKE	15	3	2	5	5	4	2	36
23.	Veronika Vašková	8. C	ZDargHE	19	1	2	5	4	3	1	35
24. – 25.	Františka Dunajová	9. B	ZŠverSV	18	2	1	-	5	5	3	34
	Katarína Gallová	9. A	ZKro4KE	18	-	-	5	5	5	1	34
26.	Ľudmila Pramuková	7.	ZNiznKL	11	4	0	5	3	4	1	33
27.	Jana Zausinová	9. C	ZOkruMI	16	5	-	-	5	3	-	29
28.	Dominika Kojšová	9. A	ZKomePP	12	2	-	-	5	4	5	28
29.	Daniela Gajdošová	9. C	ZStanKE	13	4	0	-	5	4	1	27
30.	Jana Škropeková	9. A	ZŠmerPO	25	-	-	-	-	-	-	25
31. – 32.	Jakub Kireš	8. B	ZStanKE	16	2	0	0	-	4	2	24
	Tímea Petríková	8. A	ZStanKE	6	3	0	5	3	3	2	24
33.	Matúš Stehlík	Kvarta	GAlejKE	21	-	-	-	-	-	-	21
34.	Viktória Hroncová	9. A	ZKro4KE	9	5	-	0	3	3	-	20
35.	Mária Takáčová	7. A	ZRehoKE	9	0	0	0	0	5	0	19
36.	Soňa Sedlačková	7. A	ZDnepKE	12	1	0	0	0	2	1	18
37. – 38.	Dominika Štofová	Kvarta	GDaxnVT	7	1	0	0	5	4	-	17
	Dominika Šubertová	9. A	ZŠmerPO	17	-	-	-	-	-	-	17
39. – 40.	Barbora Galová	9. A	ZŠmerPO	11	0	0	0	-	4	-	15

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
	Andrea Knapiková	8. A	ZKapuš	14	-	-	0	1	-	-	15
41.	Silvia Sýkorová	9. A	ZKomePP	9	-	-	-	-	5	-	14
42.	Tímea Takácsová	8. A	ZStanKE	7	1	1	0	0	3	1	13
43.	Simona Kažimírová	7. A	ZRehoKE	11	0	0	0	0	0	-	11
44. – 47.	Patrícia Gribovská	8. A	ZStanKE	5	2	2	-	1	-	0	10
	Peter Kožurko	7. B	ZJuhoKE	5	0	1	-	-	2	0	10
	Christiána Hájeková	8. B	ZStanKE	2	1	2	0	0	4	1	10
	Denisa Jurčová	7. A	ZRehoKE	10	0	0	0	0	0	0	10
48. – 49.	Zuzana Takáčová	7. A	ZRehoKE	9	0	0	0	0	0	0	9
	Patrik Profant	7.	ZNiznKL	0	4	1	0	0	0	-	9
50.	Jana Kušnírová	7. A	ZRehoKE	5	0	0	0	0	0	1	7
51. – 52.	Patrik Štefko	7. B	ZJuhoKE	4	1	0	0	0	0	0	6
	Katarína Knapová	7. A	ZRehoKE	6	0	0	0	0	0	0	6
53.	Štefan Šoška	7. B	ZJuhoKE	2	1	-	-	-	0	-	4
54.	Martina Bartschová	7. B	ZKuzmic	0	-	-	-	-	-	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 3 • Zimná časť 20. ročníka (2006/07) • Vychádza 5. februára 2007
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`