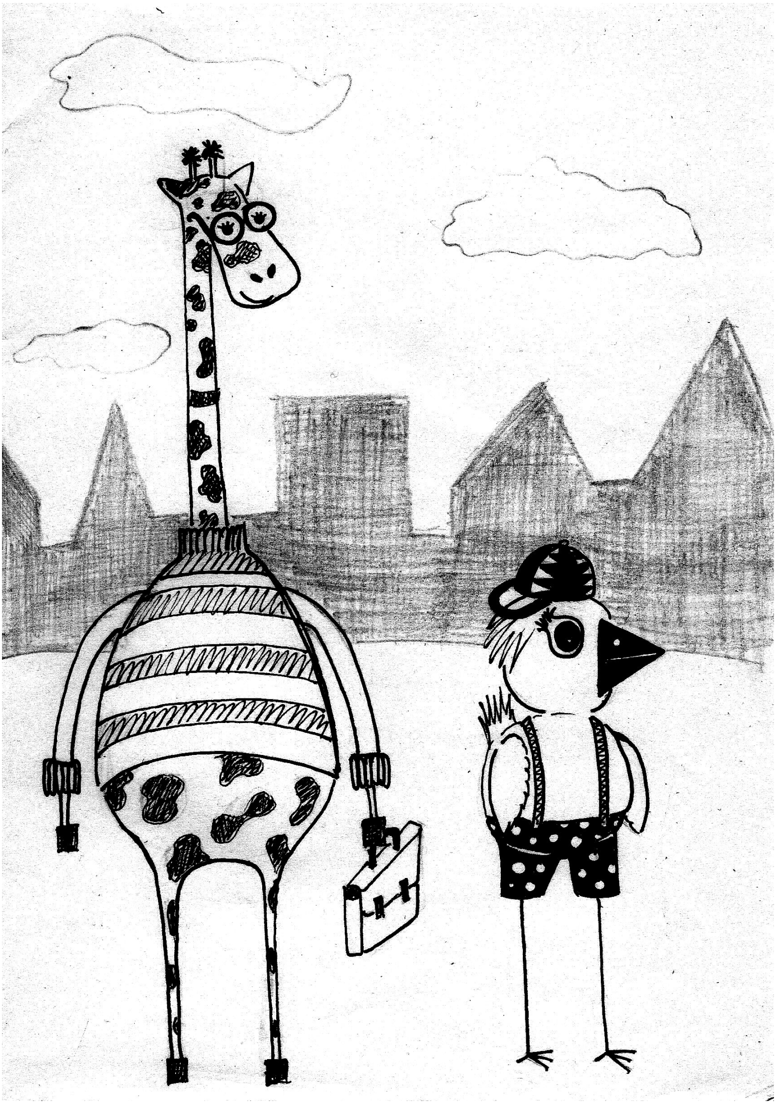
KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **2** — ROČNÍK **28** INTERNET http://matik.strom.sk



Milí naši riešitelia,

v rukách držíte nový, voňavý MATIK a s ním aj vaše opravené riešenia. Určite ste si cez jesenné prázdniny oddýchli a ste pripravení na ďalšiu sériu. Termín druhej série sa neodvratne blíži, a preto dúfame, že ste sa už dávno pustili do riešenia, nech ste v poradí ešte vyššie ako teraz (ak ešte nie, tak šupito-presto). Držíme vám palce a veríme, že sa s vami stretneme na Lomihlave.

Vaši vedúci MATIKa

Ako bolo

Výlet V sobotu 18. októbra sme sa vybrali na výlet. Neváhali sme opustiť naše teplé domovy už za skorých ranných hodín a v mene Združenia STROM sme sa vybrali do Zádielu na ekologickú misiu. Hoci sa sprvu zdalo, že zúčastneným na prírode vôbec nezáleží, nakoniec sa nám v každom z nich podarilo nájsť aspoň kúsok zelenej duše. Pri vidine občerstvenia grátis na ekologickej konferencii sme sa s radosťou pustili do osvojovania si všemožných potrebných, nepotrebných a iných informácií. Ekologickú púť však poznačilo stretnutie so štyrmi významnými ekológmi, ktorí však zabudli, ktorá veda je na prvom mieste. Po ich získaní naspäť na stranu zelených sme viac-menej, teda skôr viac ako menej, odvrátili takmer všetky možné katastrofy, aby sme sa jednou z nich, preplneným neekologickým autobusom (avšak s milým šoférom), pobrali na kebab.

Ako bude

Lomihlav Aj tento rok na vás v novembri čaká Lomihlav. Je to súťaž štvorčlenných družstiev žiakov siedmeho až deviateho ročníka alebo sekundy až kvarty, reprezentujúcich svoju školu. Ich úlohou je čo najlepšie vyriešiť 20 matematických úloh, 5 hlavolamov a 5 hádaniek. Tejto súťaže sa pravidelne zúčastňuje vyše stovka žiakov zo základných škôl, najmä z východného Slovenska. Majú šancu sa niečo nové naučiť, porovnať svoje sily s ostatnými a stretnúť kamarátov so záľubou v matematike. Tohto roku sa bude Lomihlav konať v piatok, 14. 11. 2014 v *CVČ DOMINO na Popradskej 86* v Košiciach. Bližšie informácie o súťaži a jej predchádzajúcich ročníkoch môžete nájsť na `http://matik.strom.sk/lomihlav.php`.

Vzorové riešenia 1. série úloh

1 opravovali **Dorka Jarošová** a **Kristína Mišlanová** 97 riešení
najkrajšie riešenia: všetci, ktorí majú na riešení mačičku

Zadanie V kuchyni pracujú štyria kuchári s krstnými menami Pietro, Michail, Ian, Radim a priezviskami Surový, Páv, Fetuče, Horváth, nie nutne v tomto poradí. Dnes varili 4 rôzne jedlá, každý kuchár práve jedno. Šéfko si pamätá iba to, že Michail varil cestoviny a nevolá sa Surový, polievku nevaril ani Ian ani Pietro, mäso varil Páv a pri omáčke bol Pietro Fetuče. Šéfko chcel od Džoša zistiť informáciu: Čo dnes varil Horváth a kto pokazil polievku? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie

Vieme, že v kuchyni pracovali štyria rôzni ľudia (Pietro, Michail, Ian, Radim) s rôznymi priezviskami (Fetuče, Horváth, Páv, Surový) a varili štyri rôzne jedlá (omáčku, cestoviny, mäso, polievku).

Najprv do tabuľky zapíšeme všetky informácie zo zadania, ktoré máme. Keďže vieme, že Michail nie je Surový, tak tieto informácie zapíšeme do dvoch rôznych stĺpcov, pretože reprezentujú dvoch rôznych ľudí. Páv a mäso reprezentuje jedného človeka, preto to zapíšeme do rovnakého stĺpca.

meno:	Pietro	Michail		
priezvisko:	Fetuče		Surový	Páv
jedlo:	omáčka	cestoviny		mäso

Ako posledné známe informácie zo zadania doplníme chýbajúcu polievku a Horvátha, pre ktorých ostalo jediné miesto v tabuľke. Tabuľka už vyzerá takto:

meno:	Pietro	Michail		
priezvisko:	Fetuče	Horváth	Surový	Páv
jedlo:	omáčka	cestoviny	polievka	mäso

Následne vieme doplniť krstné meno Ian k priezvisku Páv a k mäsu, pretože o polievke vieme, že ju Ian nevaril. Nakoniec doplníme posledné chýbajúce krstné meno (Radim).

meno:	Pietro	Michail	Radim	Ian
priezvisko:	Fetuče	Horváth	Surový	Páv
jedlo:	omáčka	cestoviny	polievka	mäso

Džoš teda šéfkuchárovi povedal, že polievku dnes pokazil Radim Surový a cestoviny varil Michail Horváth.

Komentár Táto úloha bola vami riešená pomocou viacerých spôsobov správnych riešení. My sme ako vzorové riešenie uviedli to najjednoduchšie. Pre väčšinu z vás bola táto úloha veľmi jednoduchá a málokto si s ňou neporadil. Zámerom tejto úlohy nebolo však rozvíjať iba vaše matematické myslenie, ale aj zručnosť pri spisovaní takýchto úloh. Preto nám nemajte za zlé, ak si v svojom riešení všimnete poznámku opravovateľa. A aj keď sme za to body nestrhávali, dúfame, že vám naša spätná väzba pomôže pri spisovaní ďalších úloh.

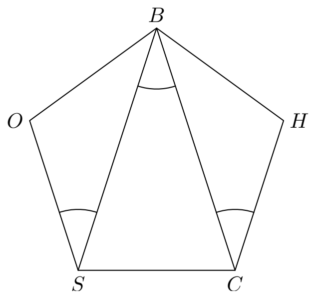
2 opravovali **Henka Micheľová** a **Žanetka Semanišinová**

najkrajšie riešenie: Martin Števko a Matej Hanus

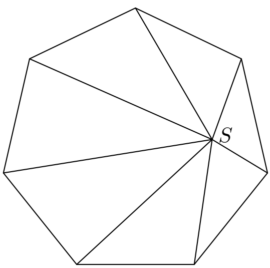
93 riešení

Zadanie Džošovi bol daný sporák v tvare pravidelného päťuholníka s označením $BOSCH$. Pred odchodom sa šéf uisťoval, či drhol Džoš sporák dostatočne dlho, otázkou: „Aký je súčet uhlov BSO, SBC a BCH na sporáku?“ Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie



Najprv sa pozrieme na trojuholník BOS. Z vlastností pravidelného 5-uholníka vieme, že všetky strany sú rovnako dlhé, takže určite aj strany BO a OS sú rovnako dlhé. Z tohto zistenia vieme, že trojuholník BOS je rovnoramenný so základňou BS. V rovnoramennom trojuholníku sú rovnako veľké aj uhly pri základni, takže $|\sphericalangle BSO| = |\sphericalangle OBS|$.
Z tých istých dôvodov v trojuholníku HBC platí, že $|\sphericalangle HCB| = |\sphericalangle CBH|$. Našou úlohou je zistiť súčet: $|\sphericalangle BSO| + |\sphericalangle SBC| + |\sphericalangle HCB| = |\sphericalangle OBS| + |\sphericalangle SBC| + |\sphericalangle CBH| = |\sphericalangle OBH|$. Uhol OBH je však vnútorný uhol pravidelného 5-uholníka, takže nám stačí zistiť, aká je veľkosť vnútorného uhla pravidelného 5-uholníka.



Najskôr zistíme, aký je súčet vnútorných uhlov akéhokoľvek n-uholníka (potom v našom prípade nahradíme $n = 5$). Do vnútra n-uholníka si náhodne zvolíme bod S. Ten následne spojíme úsečkami s každým vrcholom n-uholníka. Vznikne nám n trojuholníkov. Súčet vnútorných uhlov týchto trojuholníkov je $n \cdot 180°$. Lenže medzi týmito uhlami sa nachádza okrem vnútorných uhlov tohto n-uholníka aj uhol okolo vrcholu S, ktorý má veľkosť 360°. Tento uhol jednoducho odčítame, a tak sme zistili súčet vnútorných uhlov n-uholníka: $n \cdot 180° - 360° = (n-2) \cdot 180°$.
V našej úlohe však máme 5-uholník, takže súčet vnútorných uhlov je $(5-2) \cdot 180° = 540°$. Potrebujeme však zistiť jeden vnútorný uhol, a keďže je to pravidelný 5-uholník, tak potom jeden vnútorný uhol bude pätina z celkového súčtu (všetky vnútorné uhly sú rovnaké): $540°/5 = 108°$.
Súčet uhlov $|\sphericalangle BSO| + |\sphericalangle SBC| + |\sphericalangle HCB| = 108°$.

Komentár Táto úloha bola pre vás pomerne jednoduchá, mnohí z vás dospeli k výsledku. O to dôležitejšie je postup správne a poriadne popísať, aby sme vedeli, že o veľkosti uhla v päťuholníku ste sa nedočítali na internete a že naozaj viete, prečo sú tie trojuholníky rovnoramenné. Preto bolo v tejto úlohe potrebné poriadne popísať, prečo tieto pravidlá platia, nielen napísať vaše výpočty a domnienky, inak šli body dole.

3 opravoval **Peťo Kovács**

najkrajšie riešenia: Martin Melicher

72 riešení

Zadanie Džošov PIN je štvorciferné číslo. Zmenou poradia jeho číslic sa dá zostaviť práve 8 ďalších štvorciferných čísel. Súčet najmenších 3 zo všetkých 9 čísel je 12528. Určte číslice Džošovho PINu. Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie

Máme cifry Džošovho PINu. Ak by žiadna z jeho cifier nebola nula (tú uvažujeme kvôli tomu, že nemôže byť na začiatku) a zároveň by boli navzájom rôzne, tak by sme mali 24 možností, aký môže byť Džošov PIN.
Ak by sme jednu cifru zmenili na nulu, počet možností sa nám zmenší na 18. Ak by tam boli dve nuly tak možností je len 6, teda dve ani viac núl, tam určite nebude. Máme teda možnosť použiť buď jednu alebo žiadnu nulu.
Pri **jednej nule** nemôžu byť zvyšné tri cifry rôzne, lebo to dáva až 18 možností. V prípade, že sú dve z cifier rovnaké a tretia je od nich rôzna, dáva to 9 možností, čo vyhovuje nášmu zadaniu. Ak sú všetky tri rovnaké, je to samozrejme menej (konkrétne 3).
Ak nepoužijeme **žiadnu nulu**, tak musia byť niektoré cifry rovnaké (inak by to bolo až 24 možností) – ak by boli rôzne tri cifry, tak je to 12 možností, čo je veľa, preto musíme použiť najviac dve rôzne cifry, avšak vtedy je to najviac 6 možností. Potrebujem dostať číslo 9. To viem docieliť iba tým, že jedna z cifier bude nula a zároveň dve cifry budú rovnaké. Vtedy dostanem $18/2 = 9$ možností.
Označme cifry tak, že $0 < A \leq B \leq C$, pričom niektoré dve číslice budú rovnaké. Pomocou týchto cifier zostavíme tri najmenšie štvorciferné čísla. To budú:

$$\overline{A0BC} = 1000 \cdot A + 10 \cdot B + C$$
$$\overline{A0CB} = 1000 \cdot A + 10 \cdot C + B$$
$$\overline{AB0C} = 1000 \cdot A + 100 \cdot B + C$$

Keď sčítame všetky tri čísla, dostaneme:

$$3000 \cdot A + 111 \cdot B + 12 \cdot C = 12528$$

Ohraničíme jednotlivé cifry:

- $A < 5$, ak by nebolo, tak samotný člen $3000 \cdot A$ by bol väčší ako 12528
- $A > 3$, z $111 \cdot B + 12 \cdot C$ viem dostať maximálne $999 + 108 = 1107$ a keďže $3000 \cdot 3 = 9000$, čo je dokopy s 1107 len 10107, tak A nemôže byť menšie ako 4, preto $A = 4$

Analogicky to spravím pre B a C a zistím, že $B = 4$, a teda $A = B$ a zároveň $C = 7$. Číslice Džošovho PINu budú 4, 4, 0, 7.

Komentár Skoro všetkým sa podarilo dopracovať sa k správnemu výsledku. Horšie to bolo s ukázaním, že tento výsledok je jediný možný. Vždy, keď riešite podobnú úlohu, nezabudnite ukázať, že pre ostatné prípady to nepôjde. Vyhýbajte sa taktiež skúšaniu možností. Častou chybou bolo aj to, že ste zanedbali prechody cez desiatky, ale neukázali ste, prečo ich možno zanedbať.

4 opravoval **Martin „Rapoš" Rapavý**

najkrajšie riešenia: Michaela Marčeková

91 riešení

Zadanie Anketa mala tvar tabuľky 5×5 a Džoš do nej po riadkoch zľava doprava, zhora dole, vpísal čísla $1, 2, \ldots, 25$. Potom anketu ukázal slečne. „Povedzte mi slečna, ak vyberiem 5 políčok tak, aby žiadne 2 neboli v rovnakom riadku ani stĺpci, aké sú všetky možné hodnoty súčtu týchto 5 čísel, ktoré môžeme dostať?" Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie

Máme tabuľku, ktorá je zo zadania vyplnená takto:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Najlepším spôsobom, ako začať riešenie takejto úlohy, je vyskúšanie niekoľkých možností, napríklad:

1	2	3	4	5
6	**7**	8	9	10
11	12	13	14	**15**
16	17	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25

Zisťujeme, že súčet nám vychádza stále rovnaký, a to $1 + 7 + 15 + 19 + 23 = 65$. Našou ďalšou úlohou bude ukázať, prečo je tomu tak. Pri skúmaní jednotlivých riadkov a stĺpcov zistíme, že pri výbere ľubovoľného čísla z prvého riadku sa nám pripočíta aspoň 1, pri výbere čísla z druhého riadku sa nám pripočíta aspoň 6, atď. To si vieme zapísať do takejto prehľadnej tabuľky:

$1 + 0$	$1 + 1$	$1 + 2$	$1 + 3$	$1 + 4$
$6 + 0$	$6 + 1$	$6 + 2$	$6 + 3$	$6 + 4$
$11 + 0$	$11 + 1$	$11 + 2$	$11 + 3$	$11 + 4$
$16 + 0$	$16 + 1$	$16 + 2$	$16 + 3$	$16 + 4$
$21 + 0$	$21 + 1$	$21 + 2$	$21 + 3$	$21 + 4$

Všimnime si, že po rozložení každého čísla je aj pre každý stĺpec jeden sčítanec spoločný. Rozdeľme si teda tabuľku na dve:

1	1	1	1	1
6	6	6	6	6
11	11	11	11	11
16	16	16	16	16
21	21	21	21	21

+

0	1	2	3	4
0	1	2	3	4
0	1	2	3	4
0	1	2	3	4
0	1	2	3	4

=

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Musí platiť, že ak sčítame čísla na príslušných miestach v tabuľkách, tak dostávame tabuľku zo zadania, keďže sme nijako nezmenili hodnotu čísel na jednotlivých miestach.

Na dokončenie úlohy nám už stačí iba uvedomiť si, že daných 5 čísel vyberáme tak, aby sa v každom stĺpci a riadku nachádzalo práve jedno. To znamená, že z prvej tabuľky vyberieme 1, 6, 11, 16, 21 a z druhej tabuľky vyberieme 0, 1, 2, 3, 4. Vieme, že žiadne z čísel sa tam nebude vyskytovať viac krát, pretože to by znamenalo, že sme z jedného riadku (resp. stĺpca) vybrali aspoň dve čísla, čo je v rozpore so zadaním. Teda každý súčet bude mať hodnotu $1 + 6 + 11 + 16 + 21 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 65$, čo sme chceli ukázať.

Komentár Riešenia by sa dali rozdeliť na 3 skupiny. Prvá skupina úlohu zvládla vyriešiť, odhalila myšlienku, ktorá je použitá aj vo vzorovom riešení, a získala vysoký počet bodov.

Druhá skupina, ktorá bola žiaľ najpočetnejšia, vyskúšala jednu, dve možnosti a prehlásila, že to bude vždy 65. Bohužiaľ, v tomto prípadne som nemohol udeliť viac ako 1 bod za správne riešenie, pretože koreňom úlohy v takejto úlohe má byť práve zdôvodnenie, prečo to platí pre VŠETKY možnosti. Nenastane prípad, keď to neplatí? Prečo?

Tretia skupina to riešila pomocou aritmetických priemerov, no aj toto riešenie neviedlo k správnemu zdôvodneniu, respektíve ho v tejto úlohe nikto nedokázal odôvodniť (keďže to odôvodnenie bolo veľmi podobné práve vzorovému riešeniu). Nesprávnosť tohto riešenia by sa dala v skratke vysvetliť tým, že ak sa nám tie aritmetické priemery v každom riadku zväčšujú, tak nezáleží na tom, v ktorom riadku si vyberiem číslo väčšie a v ktorom menšie? Prečo? Na túto otázku sa dá odpovedať jednoducho práve pomocou vzorového riešenia.

Pripúšťam, že úloha bola relatívne triková, no už letmým pohľadom na tabuľku nebolo ťažké všimnúť si súvislosti. Dúfam, že vám tieto rady pomôžu pri riešení ďalších úloh.

5 opravovali **Dano Till** a **Dano Onduš**

najkrajšie riešenia: Martin Mihálik a Lenka Kopfová

75 riešení

Zadanie Meťju a Brajen hrajú hru s balíčkom 32 kariet. Začína Meťju, potom sa na ťahu striedajú. V jednom ťahu môže hráč z balíčka zobrať jednu kartu alebo prvočíselný počet kariet. Prehráva ten, kto už nemôže urobiť ťah. Ktorý z nich má v tejto hre víťaznú stratégiu? Popíšte ju. Víťaznou stratégiou rozumieme návod ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek. Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie
Víťazná stratégia je taká, pri ktorej vždy vieme vyhrať a protihráč s tým nemôže urobiť vôbec nič.
Vieme, že na začiatku je na stole 32 kariet. Číslo 32 je deliteľné štyrmi. Aj konečný počet, nula kariet, je deliteľný štyrmi. V našom ťahu vieme odoberať jednu alebo prvočíselný počet kariet, teda číslo nedeliteľné štyrmi. Ak odoberáme z počtu kariet deliteľného štyrmi (v našom prípade 32), po našom ťahu ostane určite počet kariet, ktorý nie je deliteľný štyrmi, lebo sme od čísla deliteľného štyrmi (32) odpočítali číslo nedeliteľné štyrmi.
Takéto číslo môže dávať po delení štyrmi zvyšok 1, 2 alebo 3. Ak teda pôjdeme ako druhí a na stole je počet kariet, ktorý dáva po delení štyrmi zvyšok 1, 2 alebo 3, jednoducho tento zvyšok zoberieme (vieme zobrať 1, 2 aj 3 karty) a prvému hráčovi takto necháme počet kariet deliteľný štyrmi. Ako sme hore ukázali, ak odoberáme z počtu kariet deliteľného štyrmi, po našom ťahu zostane počet kariet nedeliteľný štyrmi. Ak druhý hráč vždy nechá prvému na stole počet kariet deliteľný štyrmi, prvý ich nikdy nemôže zobrať všetky, lebo nula je deliteľná štyrmi a teda prvý nemôže vyhrať.
Víťaznou stratégiou je ísť ako druhý a nechať prvému na stole vždy počet kariet deliteľný štyrmi, lebo ich nikdy nemôže zobrať všetky.

Komentár Veľa z vás prišlo na to, že súperovi treba nechať počet kariet deliteľný štyrmi, ale zabudli ste to objasniť, čo je vždy dôležité. Niektorí rozoberali všetky možnosti, čo bolo dosť zdĺhavé, ak ste nenašli nejaké zlepšenie tejto metódy, ktorá je síce v poriadku, ale ľahko môžete na niečo pozabudnúť. Navyše, ak by bolo na stole 1024 kariet, tak vzorové riešenie by bolo stále použiteľné, zatiaľ čo rozoberanie všetkých možností by sa vám asi nepodarilo.

6 opravovali **Matúš Stehlík** a **Juro Jursa**

najkrajšie riešenia: Martin Melicher a Lenka Kopfová

68 riešení

Zadanie Táto hra sa hrá s klasickou hracou kockou a plánikom tvoreným kružnicou, na ktorej je 60 políčok. Na začiatku sa na plánik rozmiestni niekoľko figúrok tak, aby žiadne dve nestáli na jednom políčku. Potom hráč hodí kockou a následne, keď už je známe, aké číslo hodil, vyberie figúrku, ktorou sa pohne o hodený počet políčok v smere hodinových ručičiek. Ak sa po tomto ťahu figúrka ocitne na mieste, kde už stojí iná figúrka, tak figúrka, ktorá sa presunula, vyhodí stojacu figúrku. Koľko najmenej potrebujeme figúrok, aby sme mohli pri ich ľubovoľnom rozmiestnení a ľubovoľnom hode kockou nejakú figúrku vyhodiť inou figúrkou? Ukážte, prečo nám menej figúrok nestačí a tiež vysvetlite, prečo toľko, koľko tvrdíte, určite stačí pre ľubovoľné rozmiestnenie a ľubovoľný hod.

Vzorové riešenie

Najľahší spôsob riešenia je taký, že si celú úlohu zovšeobecníme. Nezáleží na tom, o koľko miest sa ktorá figúrka kam posunie, ale na aké miesto sa môže figúrka presunúť.
Najprv ukážeme, že 30 a menej figúrok nestačí, potom ukážeme, že 31 už áno.
Povedzme, že máme 30 figúrok a rozložíme ich tak, aby bola figúrka na každom druhom políčku (na striedačku). Ak hodíme 1, očividne nevieme žiadnu vyhodiť, pretože každá figúrka sa presunie na políčko, ktoré je voľné.
Na príklade vyššie vidíme, že 30 figúrok je málo. Ak uberieme ďalšie figúrky, bude ešte viac voľných políčok. To znamená, že menej ako 30 tiež nebude fungovať.
Ak máme 31 figúrok na plániku, ostáva zvyšných 29 políčok voľných. Teraz, ak by sme naraz pohli každou figúrkou o rovnaký počet políčok, určite sa niektorá figúrka presunie na políčko, kde predtým stála iná (lebo iba 29 z nich môže ísť na prázdne políčko). Touto figúrkou by sme mohli vyhodiť tú, ktorá tam stála predtým. Preto môžeme s istotou povedať, že nám 31 figúrok stačí.

Komentár Kľúčové bolo uvedomiť si, že dokázať tvrdenie pre ľubovoľné rozostavenie figúrok a ľubovoľný hod kockou je to isté, ako dokázať ho pre ľubovoľný hod a ľubovoľné rozostavenie. Táto zmena poradia nám dovolí riešiť úlohu postupne pre všetky hody. Postupné vymenovanie všetkých hodov a ich analýza bolo najčastejším správnym riešením. V niektorých riešeniach sa vyskytol aj náznak krajšieho spôsobu, ktorý veľmi pekne spísal Martin Melicher, a zovšeobecnil v ňom celú úlohu.
Pointou bolo, že vôbec nezáleží na tom, o koľko by sa figúrky mohli pohnúť, v tomto prípade o 1 až 6. Ak by sa figúrky mohli posunúť napr. o 7, 12 a 13, stále by bolo rovnaké riešenie. Povedzme, že máme $\mathbf{x}$ figúrok na hracom plániku spolu s $\mathbf{y}$ voľnými políčkami. Ak by $\mathbf{x}$ bolo menšie ako $\mathbf{y}$, tak vieme figúrky vždy dať na nejaké voľné políčko. Ak by však bolo viac figúrok ako voľných políčok, tak by sa minimálne jedna figúrka vždy musela posunúť na miesto inej figúrky. Preto bol výsledok 31, pretože figúrok muselo byť viac ako voľných políčok. Pri úlohe vôbec nezáležalo na možných hodoch, išlo len o to zovšeobecnenie. Môže sa zdať, že nezáležalo ani na počte políčok a preto pridávame úlohu na rozmyslenie (pre snaživcov): Ako by sa zmenilo riešenie, ak by bol na plániku nepárny počet políčok? Záviselo by to od toho, aké hody máme povolené?

Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **10. novembra 2014**

Tieto úlohy aj s príbehom nájdete na stránke *http://matik.strom.sk/zadania.php* alebo v minulom čísle vášho časopisu.

Úloha 1. *Štátna poznávacia značka auta, ktoré unášalo Džoša mimo jeho bydliska, je šesťciferné číslo začínajúce jednotkou. Ak túto jednotku presunieme na koniec čísla, číslo sa zväčší trojnásobne. Určte, akú malo auto ŠPZ. Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.*

Úloha 2. *Každé parkovacie miesto bolo označené kladným celým číslom, nie väčším ako 10, a ich poradie na prvý pohľad vôbec nedávalo zmysel. Pre každú dvojicu susedných parkovacích čísel platilo, že jedno je násobkom druhého. Auto, na ktorom Džoš sedel, zrazu znenazdajky preparkovalo, a tak viac nemal výhľad na parkovacie čísla, no zaujímalo ho, akú kapacitu malo parkovisko pred motorestom. Predtým ho to nejak nenapadlo spočítať. Koľko najviac parkovacích miest mohlo byť pred motorestom, ak platí to, čo si Džoš všimol o ich očíslovaní? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.*

Úloha 3. *Zo zeleného auta vychádzali hlasy Jožka, Robča, Janky, Ivky, Riša, Peťa, Katky, Braňa Mojseja, Maťa a Dorky (až vtedy si Džoš uvedomil, že posledných pár hodín strávil s najväčšou pravdepodobnosťou na streche vanu). Každý sa chcel dostať k slovu a pochváliť sa, s koľkými spolujazdcami sa poznal už pred začiatkom dnešného tripu. Jožko tvrdil, že sa poznal so všetkými, Robčo že so šiestimi, Janka, Ivka, Rišo, Peťo a Katka vraj so štyrmi. Braňo Mojsej hrdo prehlásil, že s dvomi sa spoznal na kúpalisku a ostatných v živote nevidel. Maťo a Dorka sa poznajú len s jedným.*
Džoš bol v tej chvíli skutočne zmätený - nebol si vôbec istý, či môžu mať všetci naraz pravdu. Môžu? Džoš by naozaj rád zistil, či sú jeho potencionálni záchrancovia klamári, alebo nie. Chcel vedieť, koľko nádejí môže vkladať do ich dôveryhodnosti. (Poznať sa je samozrejme symetrické, teda ak Janka pozná Braňa Mojseja, tak aj on pozná ju.) Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Úloha 4. *Boli tam štyri typy kachličiek obdĺžnikového tvaru o rozmeroch (v milimetroch)* 300×300, 300×600, 600×600 *a* 600×900. *Aká je strana najmenšieho štvorca, ktorý sa nimi dá vydláždiť, ak musí obsahovať rovnaký počet kachličiek každého druhu a každú aspoň raz? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť. (Kachličky k sebe dokonale priliehajú.)*

Úloha 5. *Nad odvesnami hlavy tvaru pravouhlého trojuholníka s vrcholmi v uchu, brade a čele (trojuholník UBC) s pravým uhlom pri vrchole C sú zvonku zostrojené štvorce $UCKL$ a $BCMN$. Nech P a Q sú päty kolmíc z bodov L a N na priamku UB. Dokážte, že $|QB| = |UP|$.*

Úloha 6. *Vážení poslucháči. Vítame Vás v dnešnej časti relácie Energetika a žiarovky, v ktorej sa budeme venovať osvetleniu tepelnej elektrárne Vojany. V hlavnej* *časti elektrárne sa nachádza 1000 vypínačov, ktoré obsluhujú 1000 žiaroviek. Každá žiarovka má svoje jedinečné číslo od 1 do 1000. Keď sa stlačí i-tý vypínač, prepne sa každá žiarovka v tejto elektrárni, ktorá má číslo deliteľné i. Pravidelne sa o polnoci vypínajú všetky žiarovky. Len pred niekoľkými minútami, okolo druhej nad ránom, niekto postláčal všetky vypínače, každý práve raz. Milí poslucháči, súťažná otázka na dnešné ráno znie, koľko žiaroviek svieti v tepelnej elektrárni Vojany práve v tejto chvíli? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.*

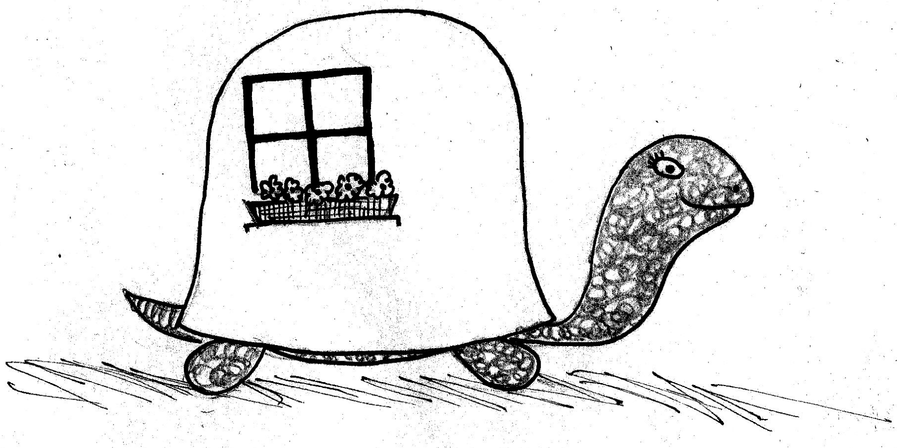
Poradie po 1.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
1.	Matej Hanus	8. A	ZKro4KE	54	9	9	9	9	9	9	**108**
2.	Martin Števko	Kvarta	GAlejKE	54	9	9	9	8	9	9	**107**
3. – 4.	Samuel Krajči	Kvarta	GAlejKE	53	8	9	9	9	9	9	**106**
	Viktória Brezinová	Kvarta	GAlejKE	53	8	9	9	9	9	9	**106**
5. – 7.	Martin Melicher	9. A	ZKro4KE	53	8	9	6	9	9	9	**103**
	Frederik Ténai	7. B	ZAngeKE	50	8	9	9	9	-	9	**103**
	Norbert Micheľ	7. A	ZKro4KE	50	9	9	9	9	0	8	**103**
8.	Filip Csonka	Kvarta	GAlejKE	51	9	9	8	9	7	9	**102**
9.	Klára Hricová	7. A	ZKro4KE	53	9	0	9	6	9	4	**99**
10. – 12.	Radka Bírová	7. B	ZTajoSC	44	9	4	8	6	9	9	**94**
	Michal Masrna	8. B	ZKro4KE	48	8	3	6	8	9	9	**94**
	Samuel Banas	Sekunda	GSNP PN	52	8	5	9	9	2	-	**94**
13. – 14.	Michaela Marčeková	IV. OG	GPároNR	48	9	9	9	-	9	9	**93**
	Soňa Špakovská	7. C	ZTomKe	45	9	3	9	9	9	-	**93**
15.	Lujza Milotová	7. A	ZBrusKE	47	8	3	9	6	9	4	**92**
16. – 17.	Martin Mičko	Kvarta	GAlejKE	44	8	6	8	9	7	9	**91**
	Martin Mihálik	Kvarta	GAlejKE	42	4	9	9	9	9	9	**91**
18.	Tereza Tódová	IV. OG	GPároNR	51	9	3	9	-	9	9	**90**
19.	Matej Štencel	7. A	ZŠkolMG	41	8	4	9	9	0	9	**89**
20. – 22.	Róbert Sabovčík	8. A	ZKro4KE	43	9	8	8	5	0	9	**87**
	Michaela Rusnáková	Sekunda A	GAlejKE	44	9	0	9	6	2	8	**87**
	Tomáš Chovančák	8. B	ZKro4KE	46	9	9	3	9	4	6	**87**
23.	Samuel Chaba	Kvarta	GAlejKE	36	8	9	9	8	7	9	**86**
24.	Nina Mizeráková	II. OA	GMudrPO	43	9	2	9	6	5	4	**85**
25.	Michal Kolcun	Sekunda B	GAlejKE	48	9	0	1	6	9	2	**84**
26.	Veronika Rabadová	7. B	ZRozhan	38	8	0	8	6	4	9	**82**
27.	Simona Horváthová	7. A	ZKro4KE	42	9	2	9	6	-	4	**81**
28. – 29.	Martin Šalagovič	Kvarta	GAlejKE	36	9	-	8	9	9	9	**80**
	Radovan Lascsák	8. B	ZKro4KE	50	9	2	7	6	4	-	**80**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
30.	Lenka Hake	Sekunda B	GAlejKE	43	7	8	9	1	2	1	**79**
31.	Jakub Farbula	Sekunda B	GAlejKE	42	9	3	4	9	1	-	**77**
32. – 34.	Tomáš Feciskanin	Sekunda B	GAlejKE	41	9	1	2	6	-	6	**74**
	Andrea Faguľová	8. A	ZŠkolMG	31	5	7	8	9	3	9	**74**
	Gabriela Genčiová	7. B	ZKro4KE	50	9	2	4	-	-	-	**74**
35. – 36.	Michal Krkoška	7. B	ZKopeHC	44	9	5	1	5	0	-	**73**
	Patrik Paľovčík	8. A	ZKro4KE	40	4	8	3	6	-	9	**73**
37. – 38.	Martin Nemjo	Sekunda A	GAlejKE	36	9	0	3	6	-	9	**72**
	Lenka Kopfová	9.	ZHradCZ	45	9	-	9	-	-	9	**72**
39.	Lívia Knapčoková	Kvarta	GAlejKE	37	9	3	1	6	8	6	**70**
40.	Dominika Toďorová	8. A	ZPetrov	30	8	4	9	5	-	9	**69**
41.	Jonáš Suvák	9. A	ZŠmerPO	34	9	4	8	9	4	-	**68**
42.	Simona Sabovčíková	7. B	ZKro4KE	37	8	-	8	-	-	6	**67**
43.	Vratislav Madáč	Kvarta	GAlejKE	36	8	3	9	5	-	5	**66**
44.	Tomáš Miškov	IV. OB	GTr12KE	30	8	8	9	1	3	4	**63**
45.	Dárius Pacholský	8. A	ZKro4KE	26	9	-	9	9	-	9	**62**
46.	Michal Vorobel	II. OA	GMudrPO	34	8	1	1	5	0	4	**61**
47.	Natália Péliová	7.	ZJeleNH	25	8	0	1	9	5	3	**60**
48.	Ema Morvayová	Kvarta	GLi69SC	32	9	2	2	6	4	4	**59**
49.	Dominika Nguyen	Sekunda B	GAlejKE	36	8	0	0	6	-	-	**58**
50.	Lucia Beňová	7. A	ZRozhan	23	7	2	9	5	0	2	**57**
51. – 52.	Veronika Chovancová	8.A	ZKlčoNM	28	7	2	1	3	9	5	**56**
	Martin Kánássy	7. B	ZKro4KE	35	2	2	2	3	1	6	**56**
53.	Dávid Erdödy	Sekunda B	GAlejKE	31	8	2	1	-	3	-	**53**
54.	Matúš Farkaš	Sekunda A	GAlejKE	31	8	-	-	5	-	-	**52**
55. – 56.	Benjamín Mravec	8. B	ZKro4KE	34	7	4	1	5	0	0	**51**
	Matej Tarča	8. B	ZKro4KE	36	8	-	1	6	-	-	**51**
57.	Erik Berta	Kvarta	GAlejKE	28	9	4	1	-	4	-	**46**
58.	Martin Budjač	8	ZSkoSnB	32	4	4	1	4	0	0	**45**
59.	Diana Nátanová	9. A	ZSBadin	25	8	-	3	6	-	-	**42**
60.	Rebecca Mrvečková	7. B	ZMartZA	25	8	-	-	-	-	-	**41**
61.	Samuel Albrecht	7. A	ZKro4KE	38	-	-	-	-	-	-	**38**
62.	Soňa Liptáková	8. B	ZKro4KE	25	-	3	1	6	2	0	**37**
63.	Marek Čižmár	7. B	ZTomKe	35	-	-	-	-	-	-	**35**
64.	Michal Kavuľa	8. B	ZKro4KE	34	-	-	-	-	-	-	**34**
65. – 67.	Jakub Patrik	8. A	ZKro4KE	20	8	0	1	2	-	-	**31**
	Martin Albert Gbúr	8. A	ZKro4KE	31	-	-	-	-	-	-	**31**
	Patrícia Baňasová	9. B	ZHvieLY	31	-	-	-	-	-	-	**31**
68.	Simona Vrbová	7. A	ZKro4KE	29	-	-	-	-	-	-	**29**
69. – 71.	Natália Ivanisková	8. A	ZAngeKE	28	-	-	-	-	-	-	**28**
	Filip Tumidalský	Sekunda B	GAlejKE	28	-	-	-	-	-	-	**28**
	Martin Kozák	Tercia B	GAlejKE	28	-	-	-	-	-	-	**28**
72.	Maximilián Herczeg	Sekunda B	GAlejKE	21	-	0	3	0	-	-	**27**
73.	Marek Porubský	9.	ZHrdŠU	15	4	0	1	-	0	5	**25**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
74.	Martina Magdošková	Sekunda A	GAlejKE	24	-	-	-	-	-	-	**24**
75. – 76.	Veronika Belániová	7.	ZJeleNH	21	-	0	1	0	-	0	**23**
	Branko Gomolčák	Sekunda A	GAlejKE	23	-	-	-	-	-	-	**23**
77. – 79.	Adam Juríček	7. B	ZTajoSC	22	-	-	-	-	-	-	**22**
	Tomáš Pavlík	Sekunda A	GAlejKE	22	-	-	-	-	-	-	**22**
	Adam Barcík	7.	ZSaraLV	20	-	0	1	-	-	-	**22**
80. – 81.	Matrin Polyácsko	Sekunda B	GAlejKE	13	-	4	0	-	0	-	**21**
	Jakub Tinák	7.	ZSaraLV	19	-	-	1	-	-	-	**21**
82. – 83.	Jakub Vertaľ	7. B	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
	Ľubomír Szojka	7. A	ZSaraLV	18	-	-	-	-	-	-	**18**
84.	Marek Vaško	9. B	ZMukaPO	10	4	0	1	-	-	-	**15**
85.	Daniel Šolc	8. A	ZAngeKE	14	-	-	-	-	-	-	**14**
86. – 88.	Martin Čorovčák	Tercia B	GAlejKE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Peter Mentel	7.	ZHrdŠU	13	-	-	-	-	0	0	**13**
	Matúš Dorčák	1. AB	GTr12KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
89.	Šimon Juhás	9. A	ZKro4KE	12	-	-	-	-	-	-	**12**
90. – 91.	Helena Kislerová	9.	ZBrančNR	9	-	-	-	-	-	-	**9**
	Rajmund Šendula	7.	ZHrdŠU	9	-	-	-	-	-	-	**9**
92. – 93.	Dávid Stripaj	9. A	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Juraj Roman	Tercia B	GAlejKE	8	-	-	0	-	0	-	**8**
94.	Lenka Hamarová	7.	ZJeleNH	7	-	-	-	-	-	-	**7**
95.	Matúš Hadžega	Sekunda B	GAlejKE	6	-	-	-	-	-	-	**6**
96. – 97.	Patrik Mentel	7.	ZHrdŠU	5	-	-	-	-	0	0	**5**
	Kristína Šedovičová	7. B	ZKro4KE	5	-	-	0	-	-	-	**5**
98.	Natália Sýkorová	7. B	ZSaraLV	2	0	0	-	-	-	0	**2**
99. – 106.	Marcela Mikulcová	7.	ZHrdŠU	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Miloš Harmady	5.	ZSaraLV	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Jakub Dzurenda	7. A	ZŠkolMG	0	0	0	0	0	0	0	**0**
	Katarína Lacková	8.	ZŽdaňa	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Matej Macko	7. A	ZŠkolMG	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Erik Scholcz	9. C	ZHutnSN	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Samuel Paľo	9. D	ZOkruMI	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Lazár Banda	5.	ZSaraLV	0	-	-	-	-	-	-	**0**



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

Projekt podporila Nadácia pre deti Slovenska z fondu Hodina deťom

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 2 • Zimná časť 28. ročníka (2014/15) • Vychádza 30. októbra 2014
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`