Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 5 – Ročník 30 https://matik.strom.sk

Ahojte!

Vami dlho očakávaný časopis je tu a vy si ho môžete konečne prelistovať. Nájdete v ňom mnoho zaujímavých vecí, ako napríklad vzorové riešenia, zadanie druhej série a v neposlednom rade to, ako sa vám darilo v tejto sérii. Povzbudení zo svojich úspechov sa môžete rovno vrhnúť do riešenia druhej série, aby ste sa umiestnili ešte lepšie ako doteraz a dostali sa na sústredenie, na ktoré sa určite veľmi tešíte. Prajeme vám veľa šťastia a úspechov pri riešení druhej série.

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

Ako bude

Výlet

Radi oslavujete? Radi chodíte? Máte radi kríže? Je vaša obľúbená farba červená? Radi víťazíte nad fašizmom? Ak áno, neváhajte ísť s nami osláviť Svetový deň chôdze (8. máj), Deň Červeného kríža (8. máj) a Deň víťazstva nad fašizmom (8. máj)! Ak nie, príďte spoznať kopu skvelých ľudí a zažiť skvelý deň v lone prírody (8. máj)! A teraz nejaké praktické informácie: príďte o 7:00 na autobusovú stanicu v Košiciach. Návrat do civilizácie je plánovaný niekedy medzi 16:30 a 19:00. Sledujte našu MATIKovskú stránku na fejsbúku a dozveďte sa viac!

TMM

Aj tento rok sa bude konať úžasný a nezabudnuteľný Tábor mladých matematikov. Poď sa aj ty spolu s nami zabaviť od 12. do 20. augusta a zaži leto svojich snov v RZ Lúčka-Potoky neďaleko Lipian spolu so svojimi obľúbenými kamarátmi aj vedúcimi. Viacej informácií nájdeš na webovej stránke `https://matik.strom.sk/`. Tak neváhaj a prihlás sa čo najskôr na `http://prihlasky.strom.sk/tabor`, lebo zostáva už len zopár voľných miest.

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% v MATIKu využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám zodpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`. Ďakujeme!

Vzorové riešenia 1. série úloh Letného semestra

1 opravovali **Peťo Kovács** a **Vraťo Madáč**

najkrajšie riešenia: G. Genčiová, L. Hake, S. Horváthová

66 riešení

Zadanie

Trinásť detí sedí okolo okrúhleho stola. Chlapci sa rozhodnú, že budú stále klamať dievčatám a hovoriť pravdu chlapcom. Dievčatá sa rozhodnú, že budú stále klamať chlapcom a hovoriť pravdu dievčatám. Jedno z detí povie svojmu susedovi vpravo: „Väčšina z nás sú chlapci.“ Potom tento sused povie svojmu susedovi vpravo: „Väčšina z nás sú dievčatá.“ A takto sa budú výroky striedať ďalej, až kým posledné dieťa povie prvému: „Väčšina z nás sú chlapci.“ Koľko chlapcov je pri stole?

Riešenie

Najprv sa pozrime na to, ako môžu sedieť prvé dve deti. Na mieste prvého hovoriaceho môže byť chlapec alebo dievča, na mieste druhého hovoriaceho môže byť tiež chlapec alebo dievča. Teda máme štyri možnosti:

	1. možnosť	2. možnosť	3. možnosť	4. možnosť
1. hovoriaci	chlapec	chlapec	dievča	dievča
2. hovoriaci	chlapec	dievča	chlapec	dievča

Všimnite si, že táto dvojica už jasne určuje, či je viac chlapcov, alebo dievčat, pretože už vieme či to, čo povedal prvý človek druhému, je pravda, alebo nie.

Prvá možnosť: Keďže prvý aj druhý hovoriaci je chlapec, vieme, že prvý musí hovoriť pravdu, a teda pri stole je viac chlapcov. Druhý teda musí klamať, aby sme zachovali striedanie, a na treťom mieste je potom dievča. To hovorí pravdu, a preto na štvrtom mieste je dievča. Tu vidíme, že pohlavia sa budú striedať po dvojiciach: dve dievčatá a dvaja chlapci. Takto by sme pokračovali až ku trinástemu hovoriacemu. Celé to vyzerá takto:

Pre zjednodušenie použijeme skratky: D=dievča; C=chlapec; P=pravda; K=klamstvo.

1. možnosť	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Pohlavie	C	C	D	D	C	C	D	D	C	C	D	D	C
Čo hovorí	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P

Z tabuľky vidíme, že prvý aj posledný je chlapec hovoriaci pravdu. Pravdu hovoria preto, lebo to hovoria inému chlapcovi. Hovoria výrok: ”Je tu viac chlapcov.” Po sčítaní nám vyjde, že za stolom je 7 chlapcov a 6 dievčat, čo potvrdzuje výrok, a teda táto možnosť sedí.

Druhá možnosť: Tentokrát hovorí výrok: "Väčšina z nás sú chlapci," chlapec dievčaťu, a teda to nie je pravda.

2. možnosť	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Pohlavie	C	D	D	C	C	D	D	C	C	D	D	C	C
Čo hovorí	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K

Vidíme, že 13. chlapec by musel klamať, avšak klamal by chlapcovi, čo nemôže nastať, a teda táto možnosť nesedí.
Tretia možnosť: Tentokrát hovorí výrok: "Väčšina z nás sú chlapci," dievča chlapcovi, a teda to nie je pravda.

3. možnosť	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Pohlavie	D	C	C	D	D	C	C	D	D	C	C	D	D
Čo hovorí	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K

Vidíme, že nastala situácia ako v možnosti dva. 13. dievča musí klamať, avšak klamalo by dievčaťu, čo nemôže nastať, a teda ani táto možnosť nesedí.
Štvrtá možnosť: Teraz hovorí výrok: "Väčšina z nás sú chlapci," dievča dievčaťu, a teda to je pravda.

4. možnosť	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Pohlavie	D	D	C	C	D	D	C	C	D	D	C	C	D
Čo hovorí	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P	K	P

Tu nastáva podobný prípad ako v prvej možnosti. 13. dievča má hovoriť pravdu dievčaťu, čo podľa pravidla, že dievčatá si hovoria pravdu, sedí. Avšak hovoria: "Je tu viac chlapcov," a keď si spočítame deti pri stole, vyjde nám, že je tu 7 dievčat a 6 chlapcov, čo nesedí s výrokom, že je tu viac chlapcov. Teda táto možnosť nesedí.
Jediná možnosť, ktorá mohla nastať, je prvá možnosť.

Komentár

Väčšine z vás sa úlohu podarilo vyriešiť správne. Niektorí však skúsili jednu, prípadne dve možnosti, vyšiel im výsledok a tam skončili. V tejto úlohe je nájsť riešenie rovnako dôležité ako ukázať, že sme naozaj našli všetky riešenia a na nič sme nezabudli.

2 opravovali **Daniel Onduš** a **Samuel Chaba**

najkrajšie riešenie: Alex Blandón

65 riešení

Zadanie

Rýchlik mal 2476 vagónov, ktoré boli buď žlté, alebo čierne. Prvý vagón bol žltý. Deti si hneď všimli, že ak je nejaký vagón žltý, tak vagón 5 a 13 miest pred ním je žltý a aj vagón 5 a 13 miest za ním je žltý. Koľko čiernych vagónov mal vlak?

Riešenie
Keďže čísla 13 a 5 sú nesúdeliteľné, znamená to, že ak ich niekoľkokrát odčítame alebo pričítame k číslu m, získame číslo $m+1$.
Napr. $1 + 2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 2$; $2 + 2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 3$; ...
Keďže zo zadania vieme, že prvý vagón je žltý, bude žltý aj druhý vagón, potom aj tretí až n-tý. Je vhodné si tiež uvedomiť, že ak dokážeme, že nejakých 5 za sebou idúcich vagónov je žltých, budú žlté určite všetky, keďže takto ošetríme všetky zvyšky po delení 5 a zvyšné čísla vieme získať postupným odpočítavaním alebo pripočítavaním čísla 5. Môžeme sa teda pozrieť na vozne 1 až 5:

- $1 + 2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 2$
- $2 + 2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 3$
- $3 + 2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 4$
- $4 + 2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 5$

Jasne teda vidíme, že čierny vagón nebude ani jeden, všetky budú totiž žlté.

Komentár
Veľa z vás dospelo ku správnemu výsledku, no menej ho dokázalo aj dostatočne zdôvodniť. Viacerí ste našli akýsi postup na získanie rôznych konkrétnych čísel, no to, že to ide na nejaký počet čísel, ešte nemusí nutne stačiť ako zdôvodnenie. Podstatná tu bola práve myšlienka s tými piatimi po sebe idúcimi číslami, no tú ste nám však všetci nenapísali. Vždy sa treba pozrieť na to, či je vaše riešenie skutočne nepriestrelné, len výsledok nestačí.

3 opravovali **Matúš Hlaváčik**, **Filip Csonka**
najkrajšie riešenia: Ján Richnavský, Frederik Ténai

34 riešení

Zadanie
Každý z 1000 kompótov má na sebe iné prirodzené číslo od 1 do 1000. Jožo má k dispozícii 10 poličiek, na ktoré chce kompóty uložiť. Ako to má urobiť, aby pre všetky dvojice kompótov na jednej poličke platilo, že kompót s ich rozdielom sa na tej poličke nenachádza.
BONUS (za sladkú odmenu): Vie to Jožko zvládnuť aj s menším počtom poličiek? Ak áno, tak s akým a ako?

Riešenie
Potrebujeme, aby sa na poličke nenachádzal kompót s číslom rovným rozdielu nejakých dvoch kompótov z tej istej poličky. To sa dá docieliť viacerými spôsobmi. Asi najjednoduchší je, že najmenšie číslo na poličke bude väčšie ako najväčší možný rozdiel na danej poličke. Napr. ak dáme na poličku čísla $1000 - 501$, najmenšie číslo na poličke, 501, je väčšie ako najväčší rozdiel na poličke, $1000 - 501 = 499$. Vieme teda, že na tejto poličke sa určite nenachádza rozdiel nejakej dvojice z danej poličky.

Ak budeme v tomto spôsobe pokračovať, bude to vyzerať nejako takto:

- 1. polička – Čísla od 1000 do 501
- 2. polička – Čísla od 500 do 251
- 3. polička – Čísla od 250 do 126
- 4. polička – Čísla od 125 do 64
- 5. polička – Čísla od 63 do 32
- 6. polička – Čísla od 31 do 16
- 7. polička – Čísla od 15 do 8
- 8. polička – Čísla od 7 do 4
- 9. polička – Čísla od 3 do 2
- 10. polička – 1

Iné riešenie

Toto riešenie je na prvý pohľad podobne jednoduché, ale vysvetliť, prečo funguje, už také jednoduché nebolo. Na prvej poličke sú nepárne čísla, v druhej sú 2+ násobky 4-roch, v ďalšej 4+ násobky 8-mich...

- 1. polička – Nepárne čísla
- 2. polička – 2, 6, 10,... (čísla v tvare $2^1 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 3. polička – 4, 12, 20,... (čísla v tvare $2^2 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 4. polička – 8, 24, 40,... (čísla v tvare $2^3 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 5. polička – 16, 48, 80,... (čísla v tvare $2^4 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 6. polička – 32, 96, 160,... (čísla v tvare $2^5 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 7. polička – 64, 192, 320,... (čísla v tvare $2^6 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 8. polička – 128, 384, 640 (čísla v tvare $2^7 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 9. polička – 256, 768 (čísla v tvare $2^8 \cdot k$, kde k je nepárne)
- 10. polička – 512 (čísla v tvare $2^9 \cdot k$, kde k je nepárne)

Všetky čísla sa dajú rozložiť na súčin prvočísel. Tieto prvočísla sú buď párne, alebo nepárne. Jediné párne prvočíslo je 2 a ostatné sú nepárne. Takže každé číslo vieme rozložiť na súčin, v ktorom je niekoľkokrát číslo 2 (povedzme, že to bude n-krát) a to je vynásobené súčinom nejakých iných nepárnych prvočísel, ktorý je vždy nepárny (nazveme ho k). To vieme zapísať ako $2^n \cdot k$, kde n je celé nezáporné číslo.
Zároveň platí, že najmenšie číslo v tvare $2^{10} \cdot k$ je 1024, teda nám 10 poličiek bude stačiť.
Ak rozdelíme kompóty na poličky takým spôsobom, že na rovnakej poličke budú kompóty s rovnakým n, nikdy sa nám nemôže stať, že na danej poličke bude aj rozdiel nejakých dvoch čísel z tej poličky. To je preto, že ak máme na poličke dve čísla v tvare $2^n \cdot k$ a $2^n \cdot l$, kde k a l sú nepárne čísla, ich rozdiel sa dá vyjadriť ako $2^n \cdot k - 2^n \cdot l$, 2^n vyberieme pred zátvorku a dostávame $2^n \cdot (k - l)$. Keďže k aj l sú nepárne čísla, $k - l$ je číslo párne, a teda vieme z neho pred zátvorku vybrať 2. Dostávame $2^{n+1} \cdot ((k - l)/2)$, a teda ich rozdiel sa nachádza na inej poličke, keďže majú rôzne n.

Komentár

Túto úlohu riešilo málo z vás aj napriek tomu, že možno sami uznáte, že to prvé riešenie vôbec nebolo zložité. Najčastejšou chybou bolo to, že ste načali vaše riešenie, trošku vysvetlili prvú, druhú poličku, a potom ste sa tomu viac nevenovali. Ďalšou, veľmi podobnou chybou bolo, že namiesto toho, aby ste vysvetlili, prečo na danej poličke nenastane žiaden problém, tak ste len popisovali svoje myšlienky pri ukladaní kompótov do poličiek.

Ale aby sme nerozprávali len o chybách, tak by sme chceli pochváliť všetkých, ktorí dostali za úlohu 9 bodov, ale najmä toho, kto úspešne vyriešil bonus, a to na 9 poličiek. Konkrétne to bol Ján Richnavský, a preto ho čaká sladká odmena.

4

opravovali **Viki Brezinová** a **Martin Števko**

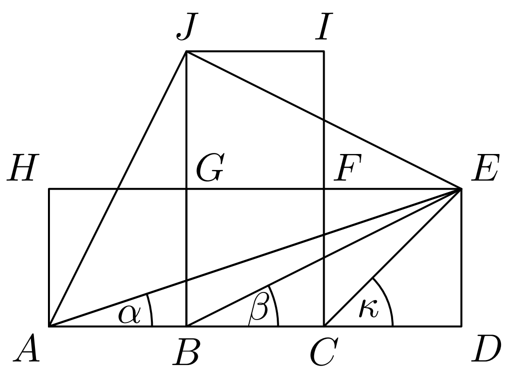
najkrajšie riešenia: Dominika Nguyen, Klára Hricová

52 riešení

Zadanie

Obrázok je zložený zo 4 zhodných štvorcov. Dokážte, že súčet veľkostí uhlov α a β je rovný veľkosti uhla κ.

Riešenie



Vrcholy štvorcov si označíme ako na obrázku. Najprv sa pozrime na uhol κ. Je to uhol pri základni rovnoramenného pravouhlého trojuholníka, teda jeho veľkosť je 45°. Takže chceme dokázať, že súčet veľkostí uhlov α a β je 45°.

Pozrime sa na trojuholníky BDE, JBA a EGJ. Tieto trojuholníky sú zhodné podľa vety *sus*, keďže majú strany dlhé 1 strana štvorca a 2 strany štvorca, ktoré zvierajú pravý uhol. Z toho vyplýva, že aj ich ostatné prislúchajúce si uhly sú zhodné, teda $|\sphericalangle DBE| = |\sphericalangle BJA| = |\sphericalangle GEJ| = \beta$. Trojuholník AEJ je rovnoramenný, lebo $|AJ| = |EJ|$.

Teraz si môžeme všimnúť, že $|\sphericalangle GEJ| = |\sphericalangle EJI| = \beta$, takisto $|\sphericalangle DAE| = |\sphericalangle AEH| = \alpha$, pretože sú to striedavé uhly (protiľahlé strany štvorcov sú rovnobežné). Potom $|\sphericalangle AEJ| = |\sphericalangle AEH| + |\sphericalangle GEJ| = \alpha + \beta$ a my chceme ukázať, že tento uhol je 45°.

Najprv si dokážeme, že $|\sphericalangle AJE| = 90°$. Vieme, že $|\sphericalangle EGJ| + |\sphericalangle EJI| = |\sphericalangle EGJ| + |\sphericalangle BJA|$, lebo $|\sphericalangle EJI| = |\sphericalangle BJA|$. Ale $|\sphericalangle EGJ| + |\sphericalangle EJI| = |\sphericalangle IJG| = 90°$, lebo je to vnútorný uhol štvorca. Z toho už dostávame $|\sphericalangle EGJ| + |\sphericalangle BJA| = |\sphericalangle AJE| = 90°$.

Keďže trojuholník AEJ je rovnoramenný a pravouhlý, veľkosť jeho uhlov pri základni je 45°. Čiže platí $|\sphericalangle AEJ| = \alpha + \beta = 45° = \kappa$, čo sme chceli dokázať.

Komentár

Ak poznáte goniometrické funkcie, na prvý pohľad vidno, že sa dajú v riešení využiť. Táto cesta lenže nebola vôbec jednoduchá. Najviac bodov ste stratili na tom, že rovnicu, ktorú ste nimi dostali, ste nedokázali (kalkulačka v tomto prípade nie je dôkaz). Ďalšou vážnou chybou bolo riešenie „narysujeme si a odmeriame...“, toto vám niekedy môže pomôcť lepšie porozumieť úlohe, no ako dôkaz nie je správne kvôli nepresnostiam rysovania a odchýlkam merania. Aj napriek tomu sa však našlo dosť z vás, ktorí sa pustili do geometrického riešenia, čo sa v konečnom dôsledku aj ukázalo ako najjednoduchšie. Prakticky každý so 7 a viacerými bodmi mal pekné riešenie, a ak ste nejaký ten bod stratili, bolo to len za drobné nedostatky. U zvyšných veríme, že ste si pozorne prečítali vzorové riešenie a nabudúce pri podobnej úlohe už pôjdete správnou cestou riešenia.

5 opravovali **Kristín Mišlanová** a **Dano Onduš**

najkrajšie riešenie: Adam Garafa

43 riešení

Zadanie

Predavač im povedal, že každé z použitých písmen predstavuje inú cifru (napríklad K by mohla byť 0). Tiež im povedal, že ceny troch jeho produktov, konkrétne $\overline{ABACDE}$, $\overline{CAFDG}$ a $\overline{CHHBAED}$, predstavujú dĺžky strán nejakého trojuholníka (môže existovať trojuholník, ktorého strany majú tieto dĺžky), pričom A a C sú rôzne od 0. Aké sú ceny týchto troch produktov?

Riešenie

Na to, aby mohol existovať trojuholník s nejakými konkrétnymi stranami, musí byť splnená trojuholníková nerovnosť. To znamená, že súčet dvoch menších strán musí byť väčší ako dĺžka tej najväčšej.
Podľa počtu cifier vieme, že $\overline{CHHBAED}$ je najdlhšia strana. Keďže zvyšné dve strany sú päť a šesťciferné a súčet najväčšieho päťciferného čísla s najväčším šesťciferným začína jednotkou a po nej nasleduje nula, tak C musí byť 1 a H musí byť 0. Tiež si môžeme všimnúť, že ak by $\overline{ABACDE}$ začínalo na osmičku alebo menšie číslo, tak ani pripočítaním najväčšieho päťciferného čísla nedosiahneme sedemciferné, takže A je 9.
Teraz sa pozrime na B. Ak by to bolo 7 alebo menej, tak aj keby sme za všetky ostatné písmena dosadili 9, tak nedostaneme sedemciferné číslo ($979999 + 19999 = 999998$). Čiže B je 8, pretože deviatka je už obsadená.
Zatiaľ nám to vyzerá takto: $\overline{9891DE} + \overline{19FDG} > \overline{10089ED}$.
Keď si za zvyšné písmenká dosadíme najskôr najmenšie možné cifry a potom najväčšie, tak zistíme, že vždy sú prvé štyri cifry súčtu práve 1008. Z toho vyplýva, že $F + 1$ musí dávať 9 alebo 8 (ak je na predposlednej pozícii prechod cez desiatku). F musí byť 8 alebo 7, lenže 8 sme už použili, teda F je 7.

Nesmieme zabudnúť na to, že na predposlednej pozícii teraz musí byť prechod cez desiatku. Teda $2 \times D \geq 10$, D je teda 5 alebo 6. Ak by D bolo 5, tak E by muselo byť 0 alebo 1, ibaže obe tieto cifry sme už použili. D je teda 6.
Nerovnosť vyzerá teraz takto: $\overline{98916E} + \overline{1976G} > \overline{10089E6}$.
Nepoužité máme už iba cifry 2, 3, 4, 5. Nech by sme E a G vybrali hocijako, nevznikne nám tam prechod cez 10. To znamená, že predposledná cifra súčtu menších strán trojuholníka je 2, predposledná cifra tretej strany jej musí byť rovná alebo menšia. Tomuto kritériu vyhovuje, z nepoužitých cifier, iba 2, čiže $E = 2$. Ostáva nám už iba zistiť, čo je G, pričom vieme, že $G + 2 > 6$, teda $G = 5$. Ceny týchto troch produktov sú 989162, 19765 a 1008926.

Komentár

Väčšina z vás prišla na to, že základom je splniť trojuholníkovú nerovnosť. To, aké cifry musíme za jednotlivé písmená postupne dosádzať, nebolo veľmi náročné popísať, často ste však na nejakú možnosť zabudli. Zároveň treba pripomenúť, že nejde o trojuholníkovú rovnosť, ale nerovnosť, preto nemôžeme cifry zisťovať pomocou presného súčtu dvoch čísel, ale chceme ukázať, aké najmenšie tie dve menšie čísla môžu byť, aby spĺňali túto nerovnosť, a prečo neexistuje viac ako jedna možnosť.

6 opravovali **Kristín Mišlanová** a **Michal Masrna**

najkrajšie riešenie: Matúš Masrna

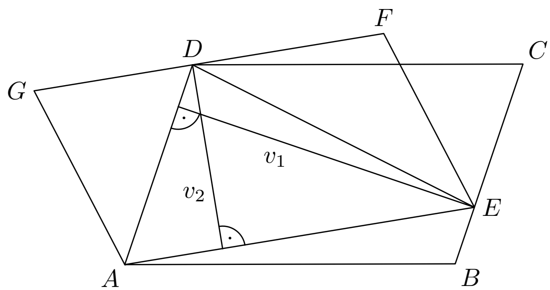
38 riešení

Zadanie

S gejmbojom sa nedá prehrať práve vtedy, ak je tvar jeho displeja zložený z dvoch prelínajúcich sa rovnobežníkov $ABCD$ a $AEFG$, pričom platí, že bod E je ľubovoľne umiestnený na strane BC a bod D je ľubovoľne umiestnený na strane GF. Aký je pomer obsahov týchto rovnobežníkov?

Riešenie

Situáciu si načrtneme a doplníme úsečku DE. Teraz si vyjadríme obsahy oboch rovnobežníkov.
Obsah rovnobežníka $ABCD$ označme $S_1 = |AD| \cdot v_1$ a obsah rovnobežníka $AEFG$ nech je $S_2 = |AE| \cdot v_2$.
Teraz sa pozrime na trojuholník AED. Jeho obsah si vieme z náčrtu zapísať dvoma spôsobmi:



$$S_3 = \frac{|AD| \cdot v_1}{2} = \frac{|AE| \cdot v_2}{2}$$

To si dosadíme a dostaneme pomer obsahov rovnobežníkov:

$$\begin{aligned} S_1 &: S_2 \\ |AD| \cdot v_1 &: |AE| \cdot v_2 \\ 2S_3 &: 2S_3 \\ 1 &: 1 \end{aligned}$$

Odpoveď: Pomer obsahov rovnobežníkov je 1 : 1.

Komentár

V tejto úlohe bolo dôležité si uvedomiť, že úloha je zadaná všeobecne, a teda ju nemožno riešiť iba pre jeden špecifický prípad, ako napríklad keby oba rovnobežníky boli štvorce. Okrem takýchto nevšeobecných riešení boli nevyhovujúce tiež riešenia, v ktorých ste si to nejako narysovali a potom ste sa obsahy snažili zistiť meraním. Takýto typ riešenia nie je vhodný nikdy. Zvyšné riešenia už poväčšinou dostali 9 bodov, hoci ste niektorí úlohu riešili až príliš zložito.

Zadania 2. série úloh Letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **2. mája 2017**

Úloha 1

Vyšetrovatelia si vypočuli štyri deti. Polícia od svedkov vedela, že každé z detí bolo pri stole s gejmbojom práve raz. Pred výsluchom sa však deti dohodli, že vyšetrovateľom budú stále klamať. Každý uviedol dve výpovede:

- *Svorad: „Nikto z nás štyroch gejmboj nevymenil. Keď som odišiel, lebo mi bolo treba na záchod, gejmboj bol ešte pravý.“*
- *Andrej: „Ja som ku stolu prišiel ako druhý. Keď som prišiel, gejmboj bol už vymenený.“*
- *Marienka: „Ja som ku stolu prišla ako tretia. Keď som prišla, gejmboj ešte nebol vymenený.“*
- *Jozefína: „Ten, kto gejmboj vymenil, neprišiel po mne. Keď som prišla, gejmboj už bol vymenený.“*

Ktoré z detí vymenilo gejmboj?

Úloha 2

Tabuľka 3×3 *štvorcov je vyplnená číslami od 1 do 9, každým práve raz. V strede každého štvorca* 2×2 *je kruh a v ňom je napísaný aritmetický priemer čísel v štvorci. Ako treba rozostaviť čísla do tabuľky, aby bol aritmetický priemer čísel z kruhov najväčší možný?*

Úloha 3

Vypočítajte veľkosť uhla BAC *v trojuholníku* ABC*, keď viete, že je trikrát menší ako uhol* BOC*, pričom* O *je stred kružnice vpísanej trojuholníku* ABC *(Kružnica vpísaná trojuholníku je taká kružnica, ktorá sa dotýka všetkých strán trojuholníka. Jej stred leží na priesečníku osí uhlov trojuholníka).*

Úloha 4

Na ruletovom stole je štvorcová sieť o rozmeroch 4×4*. Cieľom hry je zistiť, koľko navzájom nezhodných úsečiek (úsečiek s rôznymi dĺžkami) s krajnými bodmi v mrežových bodoch štvorcovej siete existuje v tejto sieti. Koľko ich existuje, ak by sieť mala rozmery* 10×10*?*

Úloha 5

Kartón v tvare štvorca $ABCD$ *má stranu dlhú 36. Bod* E *leží na strane* AB *tak, že* $|EB| = 12$*, bod* F *leží v strede strany* BC *a bod* G *na strane* CD *tak, že* $|CG| = 12$*. Aký je obsah plochy ležiacej v trojuholníku* EFG*, ale mimo trojuholníka* AFD*?*

Úloha 6

Bezdomovec im dal za úlohu dokázať, že ak n *je celé číslo väčšie ako 6, a ak* $n-1$ *a* $n+1$ *sú prvočísla, tak číslo* $n \cdot n(n \cdot n + 16)$ *je deliteľné číslom 720.*
Nejaké čiastkové body sa budú dať získať aj za dokázanie deliteľnosti menšími číslami. Preto neváhajte a pošlite aj nekompletné riešenia ;-).

Poradie po 1. sérii Letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
1. - 3.	Michal Vorobel	Z9	GJarPO	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Matúš Masrna	Z8	ZKro4KE	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Matej Vasky	Z7	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	0	**54**
4. - 5.	Lujza Milotová	Z9	ZBrusKE	9	9	8	9	9	9	0	**53**
	Klára Hricová	Z9	ZKro4KE	9	9	9	9	8	9	0	**53**
6. - 7.	Norbert Micheľ	Z9	ZKro4KE	9	9	7	9	9	9	0	**52**
	Dominika Nguyen	Z9	GAlejKE	9	9	9	9	7	9	0	**52**
8. - 9.	Lenka Hake	Z9	GAlejKE	9	9	7	9	9	8	0	**51**
	Ján Richnavský	Z9	ZKro4KE	9	9	9	9	8	7	0	**51**
10.	Miriam Horváthová	Z7	ZKomeMI	9	7	9	9	7	1	0	**50**
11. - 12.	Simona Gibalová	Z8	GAlejKE	7	9	-	9	8	9	0	**49**
	Gabriela Genčiová	Z9	ZKro4KE	9	9	9	4	9	9	0	**49**
13.	Filip Baltovič	Z8	GAlejKE	6	9	-	9	9	9	0	**48**
14.	Frederik Ténai	Z9	ZParkKE	9	9	9	9	9	2	0	**47**
15. - 16.	Jakub Farbula	Z9	GAlejKE	9	9	6	9	4	9	0	**46**
	Martin Andričík	Z9	ZLechKE	9	9	3	8	9	8	0	**46**
17.	Sara Gašparová	Z7	GLich69SC	9	9	-	9	9	-	0	**45**
18.	Nina Mizeráková	Z9	GJarPO	9	9	1	9	7	9	0	**44**
19. - 20.	Erik Novák	Z8	ZKro4KE	9	9	9	6	5	-	0	**43**
	Adam Bednář	Z7	EGJAK	8	7	-	8	5	7	0	**43**
21.	Štefan Vašak	Z7	ZKe30KE	6	9	5	7	4	5	0	**41**
22.	Adam Garafa	Z8	ZKro4KE	7	9	-	4	9	6	0	**39**
23. - 24.	Martin Nemjo	Z9	GAlejKE	9	9	7	4	-	9	0	**38**
	Radoslav Jochman	Z8	GAlejKE	9	9	5	4	7	1	0	**38**
25.	Karol Jakubčák	Z7	ZKro4KE	7	9	2	1	9	-	0	**37**
26. - 27.	Sára Šoltészová	Z8	GAlejKE	9	9	-	9	-	9	0	**36**
	Michal Kolcun	Z9	GAlejKE	9	9	9	4	4	1	0	**36**
28.	Maximilián Pándy	Z8	GMaraKE	9	0	9	9	8	-	0	**35**
29.	Oskar Hritz	Z7	ZPoliKE	6	6	6	0	4	6	0	**34**
30.	Anna Remenická	Z9	ZObchod5	9	9	6	4	4	1	0	**33**
31.	Zuzana Kudláčová	Z7	GAlejKE	7	1	9	1	4	1	0	**31**
32.	Simona Sabovčíková	Z9	ZKro4KE	9	7	5	4	4	1	0	**30**
33.	Patrik Sremaňák	Z7	ZKro4KE	9	5	-	0	6	-	0	**29**
34.	Matúš Bucher	Z8	ZKro4KE	9	9	9	-	-	-	0	**27**
35. - 36.	Barbara Michalíková	Z7	ZKro4KE	5	1	9	0	-	1	0	**25**
	Tomáš Feciskanin	Z9	GAlejKE	9	0	-	9	7	-	0	**25**
37.	Jakub Mičko	Z8	GAlejKE	6	9	-	-	9	-	0	**24**
38.	Margaréta Berecká	Z7	ZKro4KE	9	1	-	1	3	-	0	**23**
39.	Barbora Gbúrová	Z7	ZKro4KE	9	3	-	-	-	-	0	**21**
40.	Simona Horváthová	Z9	ZKro4KE	9	2	-	4	4	1	0	**20**
41.	Richard Sobek	Z7	ZKro4KE	9	1	-	-	-	-	0	**19**
42. - 46.	Simona Jacková	Z8	ZKro4KE	9	9	-	-	-	-	0	**18**
	Kristína Melicherová	Z7	ZKro4KE	9	0	-	-	-	-	0	**18**
	Sophia Sabovčíková	Z7	ZKro4KE	4	1	4	1	4	-	0	**18**
	Ľubomír Vargovčík	Z7	ZKe30KE	2	5	-	2	3	1	0	**18**
	Alex Blandón	Z9	ZBeleKE	9	9	-	-	-	-	0	**18**
47.	Martin Kliment	Z8	EGJAK	9	0	0	4	2	1	0	**16**
48.	Martin Fedorko	Z8	ZŠmerPO	9	2	-	1	-	1	0	**13**

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
49.	Simona Dučaiová	Z8	ZTomKE	6	-	-	2	4	-	0	**12**
50.	Peter Lukáč	Z7	ZKro4KE	5	1	-	-	-	-	0	**11**
51. - 53.	Lukáš Mikulec	Z8	GLich69SC	1	1	-	4	2	1	0	**10**
	Martina Vilinová	Z7	ZZaVod14SL	3	1	3	-	0	-	0	**10**
	Tadeáš Blunár	Z9	GSF	3	-	-	6	-	1	0	**10**
54.	Matúš Vysoký	Z8	ZKro4KE	9	0	-	-	-	-	0	**9**
55. - 57.	Samuel Petroc	Z5	ZKro4KE	3	2	-	-	-	-	0	**8**
	Martin Gubík	Z7	ZKro4KE	-	0	-	4	-	-	0	**8**
	Ivan Dula	Z9	GAlejKE	6	1	-	-	-	1	0	**8**
58.	Elena Hanusová	Z7	ZKro4KE	3	0	-	0	1	-	0	**7**
59. - 61.	Jaroslav Birka	Z8	ZKro4KE	5	-	-	-	-	1	0	**6**
	Erika Gregová	Z7	GAlejKE	3	0	0	-	-	-	0	**6**
	Filip Šašala	Z7	ZKro4KE	3	0	0	0	-	-	0	**6**
62.	Klaudia Schurdáková	Z7	ZZaVod14SL	2	-	-	1	-	-	0	**5**
63. - 64.	Samuel Elischer	Z8	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	0	**4**
	Matúš Farkaš	Z9	GAlejKE	2	1	0	-	-	1	0	**4**
65. - 66.	Marco Kovaľ	Z8	ZKro4KE	2	1	-	-	-	-	0	**3**
	Pavol Liščinský	Z7	ZKro4KE	-	1	-	1	-	-	0	**3**
67. - 71.	Klára Paľuvová	Z8	ZKro4KE	-	2	-	-	-	-	0	**2**
	Adam Varinský	Z7	ZKro4KE	-	1	-	-	-	-	0	**2**
	Oliver Orosz	Z7	ZKro4KE	-	1	-	0	-	-	0	**2**
	Branislav Knap	Z7	ZKro4KE	1	-	-	0	-	-	0	**2**
	Michal Chovančák	Z7	ZKro4KE	0	0	-	0	1	-	0	**2**

Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2017 • Letný semester 30. ročníka (2016/2017)

Internet: `https://matik.strom.sk`

E-mail: `matik@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.