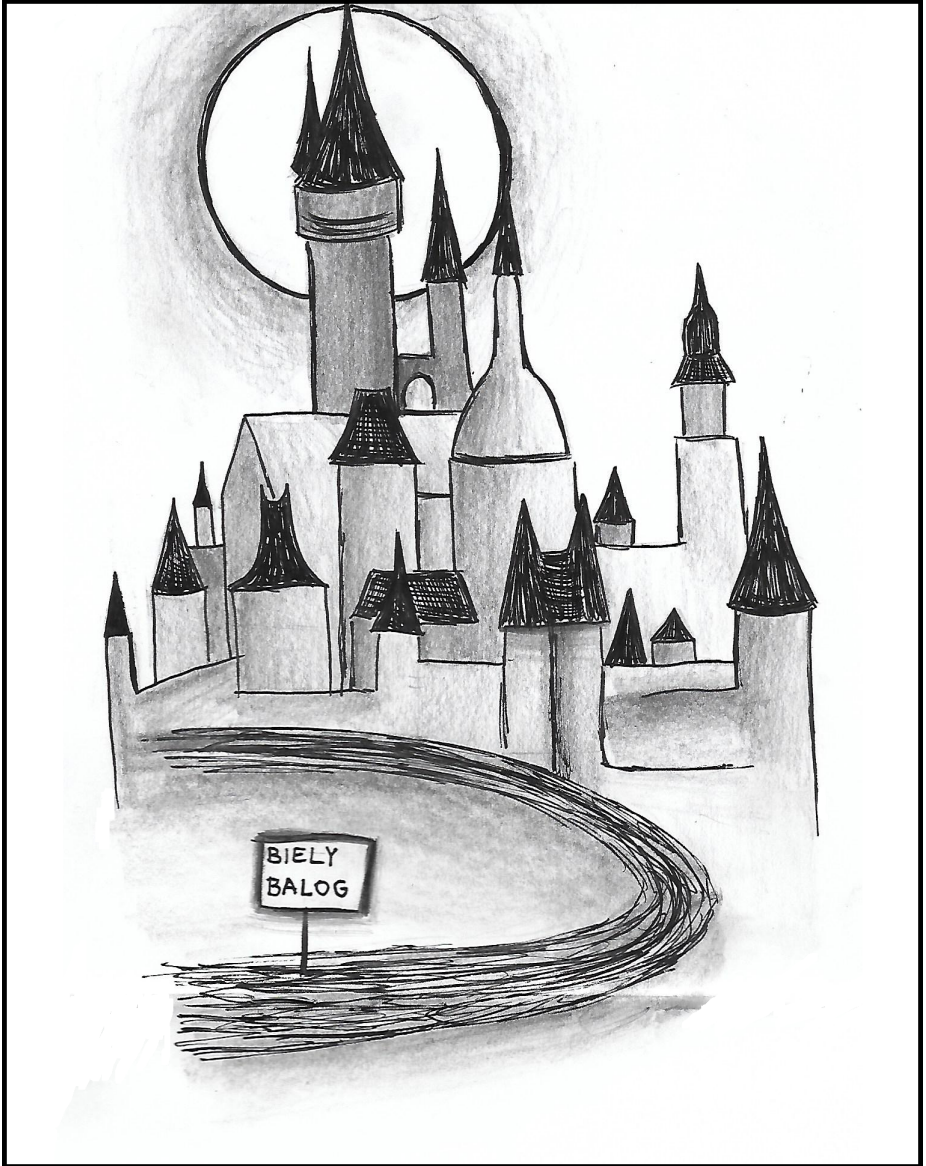


# MATIK

Číslo 1 – Ročník 32

[matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)



## Ahojte!

Vážení a milí, koniec horúcich dní by mohol naznačovať, že končí obdobie super zážitkov a zábavy. Vôbec tomu tak nemusí byť, keďže aj tento rok je tu pre vás *MATIK* a s ním aj dve týždňové sústreďenia, na ktorých sa nudiť určite nebudete! Tak neváhajte, pustite sa do rátania hneď teraz a odmena na vás isto počká! Veľa dobrých nápadov pri riešení a najmä veľa šťastia pri rátaní!

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

## Ako bolo

### *Tábor mladých matematikov*

Aj tento rok sa stretlo vyše 30 účastníkov na Tábore mladých matematikov, ktorý sa tento rok konal v Penzióne pod Sitnom.

Po príchode na miesto sme prešli rekvalifikačným kurzom, ktorý z nás spravil podnikateľov ako sa patrí. Prešli sme od základov, akými sú marketing či reklama k pokročilejším dôležitostiam, ako napríklad reputácia a dobré meno medzi obyvateľmi. Po týchto začiatkoch sme mohli konečne plnohodnotne rozvíjať naše firmy a venovať sa vlastným patentom. V tom sme však prišli na to, že náš blahodarca, Lord Cashington, si patentoval presne ten istý nápad vždy deň vopred, čím nás absolútne vyšachoval. Keďže sme chceli zachrániť naše firmy, museli sme prísť na to, v čom je problém. Po zistení, že Lord Cashington má doma portál, ktorým sa pozerá do budúcnosti, sme sa rozhodli ho zlikvidovať. Bola to trnistá cesta, museli sme prejsť cez Cashingtonovu ochranu a jeho trezor. Avšak nás nič nezastavilo, zariadili sme, aby sa Cashington prepadol svojím portálom a už nikdy nevrátil, a spokojne sme mohli rozvíjať naše firmy aj naďalej.

Okrem prednášok a seminárov na zaujímavé matematické i nematematické témy sme zažili kopec zaujímavých hier a športov. Nezabudnuteľnými ostanú všetky zážitky spojené najmä s kamarátmi, s ktorými sa uvidíme zase raz až o rok, a už teraz sa na to tešíme.

## Pravidlá súťaže

### Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej aj letnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojím profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy, alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabitú zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po sériách danej časti ročníka.

### Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie ([itakademia.sk](http://itakademia.sk)). Skôr, ako odošleš prvé príklady, je potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak už máš konto na portáli [registracia.itakademia.sk](http://registracia.itakademia.sk). V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli. Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia, alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učitelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na [sutaze@itakademia.sk](mailto:sutaze@itakademia.sk).

### Prihlásenie

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk). Ak si novým riešiteľom alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny...), v prípade pozývania na sústredenie a tiež aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia,

ak si ich poslal elektronicky.

Prihláška (vyplnenie profilu) je povinná pre všetkých riešiteľov.

### ***Bodovanie***

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

- **deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

### ***Príklad***

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$  bodov. Jasný, nie?

### ***Riešenia po termíne***

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú nasledovne, podľa dĺžky omeškania:

- **do 24 hodín:** 2/3 bodov zaokrúhlené nahor
- **viac ako 24 hodín a do štyroch dní:** 1/2 bodov zaokrúhlené nahor
- **viac ako štyri dni:** riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

### ***Odpisovanie***

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

### ***Ako písať riešenie***

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie

musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielať na adresu:

**Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.**

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať na našej webovej stránke [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk). Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielať poštou alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade technických problémov na našej strane posielať riešenia na e-mailovú adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk) s predmetom *MATIK*, vo formáte PDF (každý príklad v samostatnom súbore), najneskôr v deň termínu série do 20:00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený. (Pozor na to, že maximálna veľkosť mailu je 10MB.)

### ***Webová stránka***

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadania. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk).

## Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **22. októbra 2018**

*Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk).*

*Shookhu meh-moh feeh* znel výkrik z Haroldových úst v momente, kedy vystrel otvorenú dlaň pred seba. Z ruky však nevyšiel ani náznak mágie, rovnako ako pri nespočetnom množstve predošlých pokusov. „Oj do spodnej čakry! Mne sa to kúzlo asi nikdy nepodarí!“ zanádal Harold. „A o čo sa akože snažíš?“ flochla z rohu izby Mória, dostatočne nezaujato na to, aby nedvihla oči od knihy. „No trénujem na finálne kúzelnícke skúšky predsa. Dejú sa už o mesiac a ja neviem ani zosublimovať tento hlúpy petržlen.“ Mória otrávene prevrátila očami: „Pre pána Jána, Harold, ty si stratený prípad... obkročné skupenské premeny zeleniny sme sa učili v druhom ročníku... pozri, aký problém riešim ja,“ strčila Mória Haroldovi pod nos knihu s úlohou.

### Úloha 1

Majme mriežku  $3 \times 3$ , v ktorej sú rozmiestnení pravdovravci a klamári (na každom políčku práve jeden). Pravdovravci vždy hovoria pravdu a klamári vždy klamú. Každý z nich vyslovil vetu: „Na políčkach, ktoré susedia stranou s mojim políčkom, stoja práve dvaja takí, ako ja.“ Ako mohli byť rozmiestnení na mriežke? Nájdiť všetky možnosti.

Harold, zúfalý z toho, že nevyriešil problém zaradený medzi „stredne obtiažne arkanologické hračky“ si uvedomil, že nemá šancu bez pomoci zvládnuť finálne kúzelnícke skúšky. Rozhodol sa preto poprosiť o pomoc niekoho, kto na rozdiel od neho trávil celých trinásť rokov štúdia na „Bielobalogskej strednej odbornej škole kúziel a mágie v Bielom Balogu“ štúdiom a nie hýrením a večerným popíjaním elixírov. Kým však Harold premýšľal, kto by ho mohol doučovať, jeho ideálna voľba Mória, ktorá mala už v prvom ročníku naštudovanú transmogrifikáciu párnokopytníkov, či rozšírenú teóriu laktomancie, sa premiestnila nevedno kam a ostala po nej len magická runa na kamennej zemi. Hľadanie Mórie mu však nezabralo veľa času, pretože hneď vo vedľajšej miestnosti hrala s kamarátmi magickú kartovú vojnu.



### Úloha 2

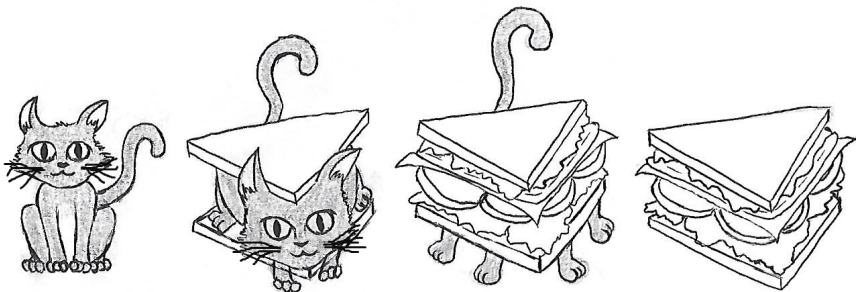
Mória, Arga a Titanika hrali kartovú vojnu pre troch hráčov v niekoľkých kolách. Pred začiatkom hry sa dohodli, koľko bodov bude pre víťaza, druhého a porazeného, pričom body budú rovnaké vo všetkých kolách a všetky body budú celé číslo. Víťazstvo malo samozrejme najvyššie skóre. Porazený získal najnižšie skóre, ale stále aspoň 1 bod. Arga zvíťazila v druhom kole. Konečné skóre bolo: Mória získala celkovo 20

bodov, Arga 10 bodov a Titanika 9 bodov. Zistite, či táto informácia jasne určuje kto vyhral prvé kolo a koľko bodov získala v poslednom kole Titanika.

„Nemáš karty, vyhrala som!“ víťazoslávne vykrikla Mória a hodila balíček získaných kariet na stôl. „Môžem ťa poprosiť o pomoc, Mória?“ pristúpil Harold k o hlavu nižšej spolužiacke a hodil na ňu psí pohľad. „Že ty si zase premenil moju mačku na sendvič ako naposledy, ty mamlas!“ Harold sa pousmial pri spomienke na danú udalosť, no udržal vážnosť konverzácie: „Nie... ja som... chcel som ťa poprosiť... či by si ma nechcela doučovať na finálne kúzelnícke skúšky.“ Nadšenie z výhry v kartovej vojne rýchlo opadlo z Móriinej tváre „Úprimne... nie, nechcela.“ „Ale ja fakt potrebujem pomoc, Mória... prosím...“ povedal Harold najzúfalejším hlasom, aký dokázal. „No dobre, ale nebude to zadarmo... za každú doučenú látku ma pozveš na jeden kebab.“ Harold rýchlo prepočítal zostatok na svojom účte a zhodnotil, že nie je v pozícii, v ktorej by si mohol dovoliť vyjednávať a tak na túto dohodu pritakal. „Dobre Harold, stretneme sa večer o deviatej pri hlavnom magickom kruhu“ vyhlásila Mória a v záblesku fialovej žiary zmizla do svojej komnaty a pred Haroldom nechala len svetielkujúcu runu na dlážke. Keď odbila deviata hodina, Harold dorazil na nádvorie školy kde ho už čakala Mória uprostred magického kruhu.

### Úloha 3

Magický kruh je tvorený 13 kameňmi. V 12 kameňoch sa nachádza v každom rovnaký počet magických kryštálov a v jednom kameni je o jeden kryštál menej. Pri každom rituáli si môžeme vybrať práve 10 kameňov, v ktorých vznikne jeden nový kryštál. Ukážte, že vieme vybrať kamene tak, aby sme na konci dostali 13 kameňov s rovnakým počtom kryštálov. Čo ak by kameňov bolo 14 a v jednom by bol o jeden kryštál menej?



„Prv si musíš rozcvičiť svoje čakry, pretože ich máš úplne stuhnuté a v takom stave cez nich veľa magickej energie prúdiť nebude.“ začala Mória bez pozdravu vo chvíli, keď Harold vstúpil do kruhu. „Opakuj po mne Harold *Omae vamo šindejru*“ „Čo?“ zarazil sa Harold. „To je bežné vokálne cvičenie na rozprúdenie magickej energie...“



opakuj to, aby si vedel plynulejšie kúzliť.“ Kým si Harold rozcvičoval čakry, Mória si pre neho pripravila prvú lekciiu. „Takže... budem predpokladať, že ovládaš aspoň znalosti prvých dvoch ročníkov... Isto si pamätáš názvoslovie trasmogrifikačných zaklínadiel v závislosti od parity počtu čakier v telách rastlín, nuž, podobne to funguje i u živočíchov, až na to, že to závisí od viacerých faktorov, nie len od parity čak... Hej! Vstávaj, ty trkvas!“ Harold sa s trhnutím zobudil z krátkeho šlofika. „Objednal si si doučovanie a ja sa nevzdávam, kým to nevieš! Takže žiadne spanie, ty zadbenec, a analyzuj mi túto runu! Hneď!“

#### Úloha 4

*Runa, ktorú má Harold analyzovať je taký konvexný štvoruholník, čiže každý jeho uhol je menší ako  $180^\circ$ , že každá z uhlopriečok ho delí na dva trojuholníky rovnakého obsahu. Dokážte, že táto runa je rovnobežník.*

„Výborne... predsa len v tebe možno nejaký potenciál je... len sa musíš viac sústreďiť a pozorne počúvať môj výklad. Skús mi teraz ešte analyzovať tieto runy.“ Mória mu podala hrst kamenných tabuliek s magickými obrazcami. Harold už s trochou cviku z každého útvaru nakresleného na tabuľkách vyčítal element, sféru, dobu i historické zaradenie zaklínadla. „Runy ti idú Harold... lenže za mesiac budeme musieť dohnať trinásť rokov teórie mágie... sama neviem, ako to zvládneme, Harold“ „No a nie je niekto, kto by nám vedel pomôcť?“ „Hmm... v tejto dimenzii určite nie...“ Mórii sa odrazu rozjasnili oči: „Ale niečo mi napadlo... počkaj tu!“ Mória sa rozbehla do svojej komnaty. Kým sa Harold stihol zamyslieť, čo má Mória za lubom, vrátila sa s hrubou, v koži viazanou knihou a začala ňou hekticky listovať „Tu to je!“ „Čo?“ „Zaklínadlo na cestovanie medzi dimenziami! Opakuj po mne *Sedan zidan zeman alakazam*“ Mória s Haroldom sa postavili okolo knihy a opakovali zaklínadlo... Modrá žiara osvietila celé nádvorie a Harold s Móriou sa ocitli v novej dimenzii. Pre istotu nazreli do magickej mapy tejto dimenzie.

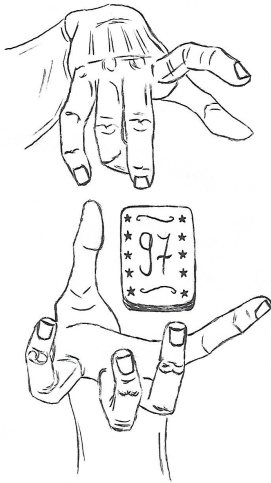
#### Úloha 5

*V tejto dimenzii sa nachádza niekoľko miest, o ktorých platí:*

- Z každého mesta vychádzajú práve 3 cesty, z toho každá končí v inom meste, teda medzi dvoma mestami môže byť maximálne jedna neprerušená cesta.
- Z každého mesta sa dá pomocou ciest dostať do akéhokoľvek iného mesta.
- V tomto systéme ciest sa nachádzajú práve dve cesty také, po ktorých zničení sa mestá rozdelia na tri samostatné systémy, z ktorých sa nedá dostať do zvyšných dvoch. Tieto dve cesty končia v štyroch rôznych destináciách, teda každé z miest môže mať pri sebe maximálne jednu zničenú cestu.

*Kolko najmenej miest môže v tejto dimenzii existovať? Nezabudnite načrtnúť, ako by mohli byť pospájané.*





„Tak počkať... niečo mi tu nesedí“ zarazila sa Mória, „Mali sme byť v osobnej dimenzii arcimága Trederikusa, ale tá takto isto nevyzerá“ Stáli uprostred čistinky a vôkol nich viala v čokoládovom vetre tráva linenovej farby. „Tu sme nemali byť Harold... Že ty si povedal *Zydan* namiesto *zidan*...“ „A nemal som?“ odpovedal zmätene Harold „No nič... to už je teraz jedno“ „No a nebude v tamtej chalúpkke niekto, kto by nám mohol pomôcť?“ podotkol Harold a ukázal na malý domček v dialke. „Za pokus to stojí,“ vyhlásila Mória a dala sa do kroku smerom k chalúpkke. „Prečo sa neteleportujeme, Mória?“ „Nevieme, ako bude magická energia fungovať v tejto dimenzii... navyše prechádzka nám neuškodí...“ *Klop klop* zaklopal Harold na dvere chalúpkky, „slobodno!“ ozvalo sa zvnútra, tak Harold s Móriou vstúpili a okrem stoličiek a stola pekne visiacych horizontálne zo steny uvideli aj starčeka, ktorý zo zeme akurát zbieral akési kartičky a vyzeral, že tuho premýšľa.

### Úloha 6

Starček mal 100 kartičiek s číslami od 1 do 100 (na každej kartičke iné číslo). Všetky mu však popadali a našiel len 21 z nich. Starček chce vybrať 4 kartičky a umiestniť ich do rovnosti  $+ = +$ . Bude mať dost kartičiek na splnenie tejto úlohy, bez ohľadu na to, akých 21 kartičiek mu ostalo k dispozícii?

„Vďaka za pomoc, mládenci,“ riekol starček potom, ako pozbierali všetky kartičky. „Moje meno je Mágister Jonáš Ábécé a rád by som vás na oplátku pozval na domácu pozitronovú polievku.“ Harold a Mória sa na seba pozreli a pochopili, že obaja myslia na to isté... Stretli reálneho Mágistra... profesora mágie... toto je jedinečná príležitosť doučiť sa na finálne kúzelnícke skúšky...

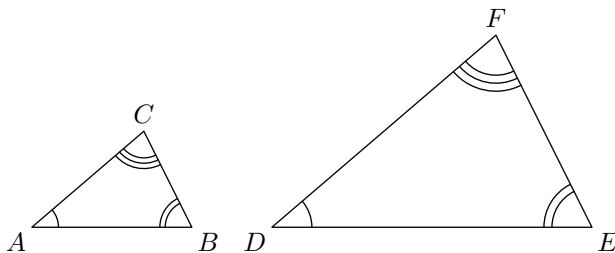
## Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najekôr do 19. novembra 2018

### Edukačné okienko

#### Podobnosť trojuholníkov

Podobnosť trojuholníkov sa dá charakterizovať rôznymi spôsobmi. Jeden z nich je, že dva trojuholníky sú podobné práve vtedy, keď majú zhodné veľkosti všetkých troch vnútorných uhlov. Na to samozrejme stačí, aby mali zhodné dva uhly. Ďalej si môžeme všimnúť, že podobný trojuholník je iba zväčšením (zmenšením) pôvodného, pričom každá strana sa zväčšila (zmenšila) rovnako veľa krát. Navyše, treba dbať na správne označenie. Ak hovoríme, že trojuholníky  $ABC$  a  $DEF$  sú podobné, znamená to, že  $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$ ,  $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle DEF|$  a  $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle DFE|$ .



„Hmmm... pozitronová polievka bola vynikajúca, pán mágister,“ zdvorilostne zaklamala Mória a utrela si ústa servítkou. „Vďaka, receptúra tvojej babky.“ „Fakt chutná,“ pridala sa Harold do konverzácie. „Mimochodom... mám taký problém... onedlho budem robiť finálne kúzelnícké skúšky a potrebujem doučiť posledných niekoľko rokov učebných osnov...“ „Ojojój, dávno som nikoho neučil... naposledy za čias ešte pred veľkou epidémiou tej strašnej choroby začínajúcej na L ... mile rád ťa to naučím,“ nadšene vyriekol mágr. Jonáš a entuziasticky vyskočil zo stoličky, omylom pri tom vylial čašu kvalitného gluónového moku na stôl. Mláčka gluónového moku nadobudla zaujímavý tvar, čo nezostalo bez Haroldovho povšimnutia.

#### Úloha 1

Mláčka mala tvar rovnoramenného trojuholníka  $ABC$  so základňou  $AB$  a obsahom 12. Bod  $D$  sa nachádza v opačnej polrovine určenej priamkou  $AB$  ako bod  $C$ , pričom trojuholník  $DBA$  je podobný s trojuholníkom  $ABC$ . Výška trojuholníka  $ABC$  z bodu  $C$  pretína priamku  $BD$  v bode  $X$ . Aký je obsah trojuholníka  $XBC$ ?

„Nechajte tak, ja to vybavím!“ hrdo zahlásil mágister Jonáš a letmo mávol rukou. Gluónový mok sa vrátil do čaše rovnakou trasou, akou sa z neho vylial. „Tak ideme na to, chlapi! Hor sa edukovať!“ vstal mágister Jonáš od stola, vykročil von dverami a Harold s Móriou ho slepo nasledovali. Zaviedol ich za svoj dom, kde stála veľká drevená búda. „Toto je moja stajňa, bývajú tu moje kone: Adkoň, Bikoň, Kakoň Mikoň, Sakoň a Tekoň.“ Harold s Móriou sa na seba nechápavo pozerali... nevedeli, ako by Jonášova stajňa mohla súvisieť s akoukoľvek výukou

mágie, ale rozhodli sa pre začiatok nespochybnovať jeho postup. „A čo je toto?“ opýtala sa Mória ukazujúc na akúsi tabuľku na stene stajne. „To je rozpis krmenia mojich koní.“



## Úloha 2

*Počas sto dní každý zo šiestich koní jedol práve 75 dní. Koľko najviac a koľko najmenej mohlo byť dní, počas ktorých jedlo aspoň päť koní?*

„Aha... no a ako to súvisí s naším problémom, pán mágister?“ „Nijako, len som vám chcel ukázať moju stajňu... váš problém viem vyriešiť veľmi jednoducho,“ povie mágister a priloží Haroldovi ruku k hlave. V tom momente zažiaria mágistrove aj Haroldove oči na svetlomodro. Kým Mória vidí len mágistra, ako drží Haroldovu hlavu, vnútri Haroldovej mysle sa paralelne odohrávajú všetky udalosti posledných jedenásttisíc rokov... Harold sa behom sekúnd naučil všetky zaklínadlá, arkanologické teórie a tajomstvá mnohých historicky významných arcimágov či černokňazníkov. Harold vstúpil do univerza nekonečných možností a nadobudol temer neobmedzenú moc. „Už viem všetko čo potrebujem vedieť na skúšku a ešte omnoho viac, ďakujem, Jonáš,“ poďakuje slušne Harold. „Nie je zač... rado sa stalo.“ Harold luskol prstenníkom ľavej ruky a spolu s Móriou zmizol. „Ahóóój“ so zamávaním zakričal Jonáš do prázdna. S fialovým zábleskom sa Harold s Móriou objavili v miestnosti, kde sa konala akási oslava.

## Úloha 3

*Na oslave sú dievčatá a chlapi. Každý z 21 chlapcov na oslave pozná práve 4 dievčatá a každé dievča pozná práve 14 chlapcov (známosti sú obojstranné). Dokážte, že ľubovoľní dvaja chlapi majú aspoň dve spoločné známe.*

„Čo si myslíš, že tu robíš, Harold? Toto je pre teba zakázaná zóna! Ako si vôbec prešiel dverami?“ začali na Harolda kričať ľudia na oslave, „To je oslava finálnych

kúzelníckych skúšok!“ povšimne si Mória. „Áno... nestihli sme to... nespravil som skúšky... boli sme v tej dimenzii príliš dlho...“ Harold poďide k stolu s občerstvením a odhrýzne si z fotónovej torty. „Nevieme nejako vrátiť čas?“ pridá sa k hodovaniu Mória. „No... takto priamo nie... ale viem nás preniesť cez zopár dimenzií, v ktorých plynie čas opačne k tej našej, a tak technicky pocestujeme v čase dozadu.“ A hneď ako to dopovie, lusknú prstami a objavia sa v novej dimenzii. Okolo nich sa prechádzajú rôzne prirodzené aj nadprirodzené čísla. Haroldovo zjavenie bola dostatočne nezvyčajná udalosť na to, aby sa okolo neho začal zbíhať dav čísel. K Haroldovi podišla štyridsattrojka a predniesla mu problém, ktorý má so svojimi priateľmi už dlhšiu dobu.

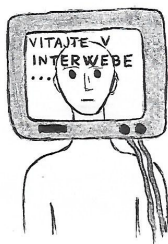
#### Úloha 4

*Majme 5 prirodzených čísel väčších ako 1 a neprevyšujúcich 120, o ktorých vieme, že nie sú prvočísla. Dokážte, že vždy vieme vybrať dve z nich, ktorých najväčší spoločný deliteľ je väčší ako 1.*

„Pekný opasok,“ povedala nula osmičke tesne pred tým, ako sa Harold premiestnil do ďalšej dimenzie. Ocitli sa v obklopení lesných drevín. Na kraji lesa stálo sedem bukov. Cez košaté koruny stromov nebolo vidno ani jedno z viacerých slnk tejto dimenzie. „Smrek je tam,“ upozorňovala drevená šípka pribitá o akýsi buk. „AAAAH,“ ozval sa hrozivý krik, z ktorého až tuhla krv v žilách. „Kto kričal?!“ opýtala sa Mória Harolda... „Možno ty,“ zavtipkoval Harold. Na pravdivú odpoveď však nemuseli dlho čakať, začuli ťažko dopadajúce kroky, ktoré sa neúprosne blížili k nim a postupne zvyšovali frekvenciu. Do toho sa zo všetkých strán ozval zlovestný dych, z ktorého vlasy stáli dupkom a srdce búšilo sťa ventilátor. „To je lesný duch Smrekovec! Rýchlo Mória, zvitek výbušného zaklínadla!“ pohotovo prikázal Harold. Mória sa prehrabala v batohu a vytiahla kus zrolovaného papyrusu. Keď ho rozbalila, zaujal ju útvár na spodnej časti zvitku.

#### Úloha 5

*Zaujímavý útvár vyzeral nasledovne: Vo štvorci  $ABCD$  je stred strany  $AB$  označený ako  $M$ . Priamka kolmá na priamku  $MC$  prechádzajúca bodom  $M$  pretína stranu  $AD$  v bode  $K$ . Ukážte, že veľkosti uhlov  $BCM$  a  $KCM$  sú rovnaké.*



„Nepozeraj si tam obrázky a kúzi!“ zakričal Harold na Móriu. *Akeldamach natanael tychikus fikus* prečítala Mória zo svitku a lesný duch Smrekovec sa s rachotom rozprskol na márne kúsky. „Prečo si mi vôbec kázal vytiahnuť ten zvitok? Ved by si ho porazil jedným lusknutím prstov...“ opýtala sa Mória mierne podráždená. „Neviem... nechcelo sa mi kúziť... musím si šetriť čakry na premiestňovanie medzi dimenziami... čo mi pripomína,“ luskol prstami, „už len táto jedna dimenzia a potom sme späť v tej našej v akurátnom čase na skúšky.“ Svet vokol nich vyzeral veľmi digitálne. *Vitajte v interwebe* vravel dvojrozmerný nápis

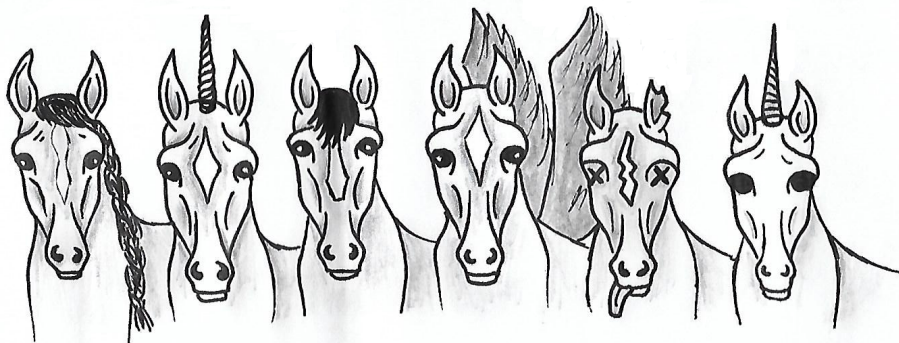
vznášajúci sa v inak pomerne prázdnom prostredí. Okrem nápisu a Harolda s Móriou sa v tejto dimenzii nachádzala už len postava, ktorej krk bol zakončený bielym hranatým monitorom. Počítačový chlapec sa skláňal nad šachovnicou a vyzeral, že jeho procesor ide na plné obrátky. Harold sa mu teda rozhodol s problémom pomôcť.

### **Úloha 6**

*Kolko najmenej strelcov musíme umiestniť na šachovnicu  $8 \times 8$  tak, aby každé políčko bolo ohrozené?*

„Toto bola celkom zbytočná odbočka,“ uznal Harold, „môžeme ísť do našej dimenzie.“ Počítačový chlapec ani nemal možnosť poďakovať za pomoc, pretože Harold s Móriou sa už nachádzali pred dverami do skúšobných miestností. „Harold Petter nech sa dostaví na finálnu kúzelnícku skúšku a pripraví sa Mória Perejrová,“ ozval sa chraplavý hlas profesora spoza dverí...

**Autori úloh:** Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Jakub Genči



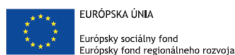
**Názov:** MATIK – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 1 • September 2018 • Zimný semester 32. ročníka

**Internet:** [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)

**E-mail:** [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)

**Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

[www.minedu.sk](http://www.minedu.sk) [www.employment.gov.sk/sk/esf/](http://www.employment.gov.sk/sk/esf/) [www.itakademia.sk](http://www.itakademia.sk)