Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 5 – Ročník 32 matik.strom.sk

Ahojte!

Polovica úloh za nami, ale celá polovica ešte pred nami! Všetkých nás teší teplé jarné počasie, ktorého príchod nám prezrádza, že onedlho nás čaká Veľká noc, no okrem nej sa nezadržateľne blíži aj termín druhej série. Tak neotáľajte, riešenie úloh môže priniesť len osoh. Prajeme vám mnoho užitočných nápadov a myšlienok pri riešení.

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.
TMM sa bude konať 11. - 18. augusta v Chate Radzim pri obci Vyšnej Slanej a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie, ako aj prihlasovanie, nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (niektorí dokonca až 3%).
Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (tlač časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh seminára, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.
Ďakujeme!

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1 opravovali **Maťo Gbúr** a **Paťo Paľovčík**

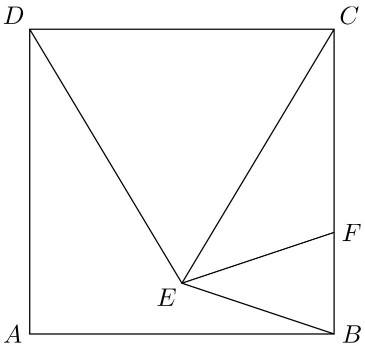
najkrajšie riešenie: Viktória Števková

85 riešení

Zadanie

Po dlhom večeri vo vnútri salónika v tvare štvorca $ABCD$ leží opitý kupec E tak, že trojuholník DEC je rovnostranný. Na hrane BC leží špeh F, pričom $|EB| = |EF|$. Aká je veľkosť uhla CEF?

Riešenie



Označme si dĺžku strany štvorca $ABCD$ a. Trojuholník DEC je rovnostranný a strana CD je aj stranou štvorca, takže všetky jeho strany majú dĺžku a a jeho vnútorné uhly majú veľkosť 60°. Trojuholník EBC je rovnoramenný so základňou EB, keďže $|EC| = |BC| = a$. Uhol oproti základni tohoto trojuholníka je uhol ECB a jeho veľkosť je $|\sphericalangle ECB| = |\sphericalangle BCD| - |\sphericalangle ECD| = 90° - 60° = 30°$. Keďže je trojuholník EBC rovnoramenný a uhly BEC a EBC pri jeho základni sú rovnako veľké, ich veľkosť je $\frac{180° - |\sphericalangle ECB|}{2} = \frac{180° - 30°}{2} = \frac{150°}{2} = 75°$

Keďže $|EB| = |EF|$, trojuholník BFE je rovnoramenný s ramenami EB a EF. Už vieme, že $|\sphericalangle EBC| = 75°$ a uhol EBF je ten istý ako EBC. V rovnoramennom trojuholníku sú uhly pri základni zhodné, čiže aj $|\sphericalangle BFE| = 75°$. Veľkosť uhla BEF je $|\sphericalangle BEF| = 180° - |\sphericalangle EBC| - |\sphericalangle BFE| = 180° - 75° - 75° = 30°$. Veľkosť uhla CEF je rozdielom veľkostí uhlov BEC a BEF, čiže $|\sphericalangle CEF| = |\sphericalangle BEC| - |\sphericalangle BEF| = 75° - 30° = 45°$, čo je veľkosť, ktorú sme potrebovali zistiť.

Komentár

Úloha pre väčšinu z vás nebola náročná. No viacerí z vás stratili body za nedokázanie skutočností, ktoré síce vyzerajú očividne, ale je potrebné v riešení ukázať, prečo platia. Napríklad, prečo je trojuholník EBC rovnoramenný. V niektorých vašich riešeniach ste sa k výsledku dopracovali tak, že ste si všimli, že trojuholníky EBC a BFE sú si podobné, keďže sú oba rovnoramenné a majú zhodný uhol pri základni, čo bol tiež celkom elegantný spôsob riešenia úlohy. Objavilo sa však mnoho riešiteľov, ktorí riešili úlohu len rysovaním a odmeraním veľkosti uhla, čo pri úlohách tohto typu nestačí, keďže rysovanie nie je presný spôsob, ako sa dopracovať k výsledku. O tom svedčí aj fakt, že väčšina takýchto riešení sa dostala k chybnému výsledku, líšiacemu sa od toho správneho o pár stupňov.

2 opravovali **Filip Csonka** a **Mimi Hanus**
najkrajšie riešenie: Samuel Osuský

54 riešení

Zadanie
U neskrotného diviaka mali pred bitkou tridsať stolov označených prirodzenými číslami 2 až 31. Práve dva stoly patrili do salónika. Aby personál pri inventúre zistil, ktoré dva to sú, používal trik. Na dverách salónika bola tabuľka s číslom, ktoré nebolo deliteľné číslami stolov zo salónika, ale číslami všetkých ostatných stolov áno. Okrem toho, čísla stolov v salóniku nasledovali po sebe. Ktoré dve čísla to boli?

Riešenie
Ak sa nejaké n vyskytuje medzi číslami stolov salóniku, existuje číslo t (číslo na tabuľke) deliteľné ostatnými číslami z daného rozsahu okrem n a susedných prirodzených čísel, ale nedeliteľné n. Z toho plynie, že v prvočíselnom rozklade musí mať n niektoré prvočíslo viackrát než všetky ostatné čísla. V rozklade t sa niektorý p z prvočiniteľov n totiž musí vyskytnúť menej ráz než v n, ale stále aspoň toľko, koľko v ktoromkoľvek z ostatných čísel okrem susedných, pričom iné násobky p sa líšia od n aspoň o p, nie o 1.
Keby n bolo súčinom nejakých dvoch nesúdeliteľných čísel rôznych od 1, každé t deliteľné týmito dvomi číslami (ktoré, ako delitele n rôzne od 1, sú väčšie než 1, ale menšie než $n-1$, čiže delia t) by bolo deliteľné aj ich súčinom – n. To je spor, lebo n zo zadania nedelí t, teda n musí byť mocninou prvočísla.
Nakoľko hľadané čísla nasledujú po sebe, jedno z nich je párne. To môže byť mocninou jediného prvočísla, a to 2. Zároveň to musí byť najvyššia z týchto mocnín, aby sa v nej jediný prvočiniteľ vyskytoval viacnásobne než v iných číslach.
V zadanom rozsahu je najvyššou mocninou dvojky číslo 16, ktoré musí byť súčasťou každého riešenia. Overíme obe susedné čísla, z ktorých iba 17 je mocninou prvočísla. Ľahko overíme, že iný násobok 17 medzi číslami nemáme, takže táto dvojica skutočne vyhovuje.

Komentár
Výsledok sa podarilo nájsť mnohým. Dokonca aj deväťbodových riešení bolo nemálo. Žiaľ, značná časť z nich nebola taká, akú by sme si mohli priať. Veľa z vás sa rozhodlo skúšať všetkých 30 čísel (respektíve všetkých 29 dvojíc) a pri každom z väčšiny vypísať dôvod, prečo vhodné číslo na tabuľke nemôže pre dotyčnú možnosť existovať, čo isto vyžadovalo zbytočnú robotu. Takéto riešenia by pravdepodobne neuspeli, ak by bolo stolov viac – rozložiť čo i len pár tisíc čísel na prvočinitele je nehorázna strata času, ale nájsť najväčšiu mocninu dvojky dlho netrvá. Napokon však vzhľadom na zadané hodnoty aj riešenia prehľadávajúce možnosti povačšine získali plné počty, keďže boli napriek všetkému korektné.

3 opravovali **Lujza Milotová** a **Martin Števko**

najkrajšie riešenie: Evka Krajčiová

52 riešení

Zadanie

Samopočet funguje presne ako kalkulačka. Hostinský chcel na samopočte sčítať niekoľko trojciferných prirodzených čísel. Na prvý pokus dostal výsledok 2224. Pre kontrolu sčítal tieto čísla znova a vyšlo mu 2198. Preto sčítal tieto čísla ešte raz a teraz dostal súčet 2204. Piate pripočítavané číslo zadal totiž vždy nesprávne, lebo pri každom pokuse nestlačil niektorú z jeho cifier dostatočne silno a do samopočtu tak zadal vždy namiesto trojciferného čísla číslo dvojciferné. Žiadne ďalšie chyby pri sčítavaní už nespravil a samopočet taktiež tentokrát fungoval bezchybne. Aký je správny súčet hostinského čísel?

Riešenie

Pri podobných úlohách je dobré využiť trik a neznáme číslo si napísať pomocou jeho cifier. Ak sa teda jedná o 3-ciferné číslo, napíšeme ho ako $\overline{xyz}$, pričom vieme, že x, y aj z sú cifry, teda prirodzené čísla (y a z môžu byť aj 0) menšie ako 10. Pri takto zapísanom čísle vidíme, že obsahuje x stoviek, y desiatok a z jednotiek, takže ho môžeme prepísať aj na

$$\overline{xyz} = 100x + 10y + z.$$

Súčet všetkých čísel okrem piateho si označíme n. Piate číslo si označíme $\overline{abc}$. Hostinský pripočítal k n raz $\overline{ab}$, raz $\overline{ac}$ a raz $\overline{bc}$, ale nevieme, kedy pripočítal ktoré.
Keďže čísla $\overline{ac}$ a $\overline{bc}$ majú rovnakú cifru na mieste jednotiek, tak aj čísla $n+\overline{ac}$ a $n+\overline{bc}$ budú mať rovnakú cifru na mieste jednotiek. To sú čísla 2224 a 2204. Tým pádom zvyšný zo súčtov, ktoré hostinský dostal, čiže 2198, bude $n + \overline{ab}$.
Keďže čísla $\overline{ac}$ a $\overline{ab}$ majú rovnakú cifru na mieste desiatok, tak rozdiel čísel $n + \overline{ac}$ a $n + \overline{ab}$ bude:

$$(n + 10a + c)–(n + 10a + b) = n + 10a + c–n–10a - b = c - b,$$

čiže ich rozdiel bude jednociferný. Jediný jednociferný rozdiel je ale rozdiel čísel 2204 a 2198. Preto číslo 2204 bude $n + \overline{ac}$ a číslo 2224 potom musí byť $n + \overline{bc}$.
Z rozdielu $(n + \overline{bc})–(n + \overline{ac}) = 2224–2204$ vyplýva, že $b–a = 2$. Z rozdielu $(n + \overline{ac})–(n + \overline{ab}) = 2204–2198$ vyplýva, že $c - b = 6$. Tieto rovnice sčítame a dostaneme $b–a + c–b = 8$, čiže $c–a = 8$.
Keďže číslo $\overline{abc}$ je trojciferné číslo a a, b, c sú cifry, tak $a \geq 1$ a potom ostáva jediná možnosť taká, že $c - a = 8$, a to $a = 1$ a $c = 9$. Z toho vyplýva, že $b = 3$. Piate pripočítavané číslo bolo teda 139. Potom celkový súčet zistíme odpočítaním nesprávneho čísla od súčtu, ku ktorému patrí, a pripočítaním správneho.
Správny súčet bol 2324 ($2224–39 + 139 = 2324$).

Komentár

Väčšina z vás mala dobrú myšlienku, keď ste úlohu riešili, avšak často sa vám stávala nejaká drobná chyba. Napríklad ste zabudli zvážiť niektoré prípady alebo niečo nedostatočne popísali. Vo všeobecnosti však úloha dopadla dobre. Ak sa pri takejto úlohe rozhodnete postupovať (viac či menej) systematickým skúšaním možností, musíte sa uistiť, že ste ich naozaj vyskúšali všetky, ináč je to len prejdenie niekoľkými možnosťami. Preto odporúčame hľadať riešenie, ktoré nevyužíva skúšanie.

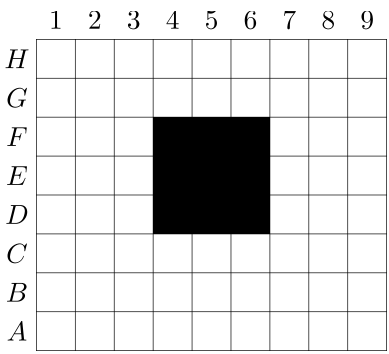
4 opravovali **Kubo Farbula** a **Dano Onduš**

najkrajšie riešenie: Lukáš Jacko

63 riešení

Zadanie

Na špeciálnom stolčeku, ktorý hostinský vyniesol zo zadnej časti kuchyne, bola na pozadí umeleckého stvárnenia niekdajšej križovatky uprostred divočiny vyrezaná mriežka 8×9 políčok. V juhozápadnom rohu (políčko $A1$) leží hrací kameň. Pohybuje sa z políčka na políčko. Na ploche je tiež čierny stĺp, cez ktorý sa nedá pohybovať (ani preskočením). Dvaja hráči sa striedajú v ťahoch kameňom o ľubovoľný počet políčok na východ alebo sever. Víťazom je ten, kto dostane kameň svojím ťahom do cieľa (políčko $H9$). Rozhodnite a odôvodnite, či pre niektorého z hráčov existuje víťazná stratégia. Ak áno, popíšte ju. (Víťazná stratégia je návod, ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek.)



Riešenie

Úlohu musíme začať riešiť od konca, teda zistiť, z ktorých políčok je na jeden ťah už istá výhra. Nakoľko cieľové políčko je $H9$ a vieme sa pohybovať iba rovno na východ a rovno na sever, tak tieto vyhrávajúce políčka sú: celý riadok H a celý stĺpec 9. Ďalším krokom bude nájdenie políčka, z ktorého sa už určite dostaneme na vyhrávajúce políčka. Vidíme, že jediné takéto políčko je $G8$. Z toho sa totiž hráč na ťahu musí pohnúť na sever alebo na východ a v oboch prípadoch sa dostane

na vyhrávajúce políčko. Môžeme povedať, že políčko $G8$ je prehrávajúce políčko, pretože nech hocijaký ťah sa z neho urobí, ťahajúci hráč skončí na vyhrávajúcom políčku. Vyhrávajúce políčka sú teda tie, z ktorých sa vieme jedným ťahom dostať na prehrávajúce políčko alebo do cieľa. Chceme, aby náš súper začínal svoje ťahy na prehrávajúcich políčkach, a my na nich chceme svoje ťahy končiť. Ďalšie prehrávajúce políčko je $F7$, pretože ak sa z neho protihráč pohne hocikam, my sa z toho políčka dostaneme buď do cieľa, alebo na prehrávajúce políčko.
Takýmto spôsobom vieme odhaliť všetky prehrávajúce políčka. Tie sú: $C6$, pretože sa z neho vieme dostať len na $C7$-$C9$ a tie sú všetky vyhrávajúce, $B5$, pretože sa z neho vieme dostať len na $B6$-$B9$, $C5$ a tie sú všetky vyhrávajúce, $A4$, pretože sa z neho vieme dostať len na $A5$-$A9$, $B4$, $C4$ a tie sú všetky vyhrávajúce, $F3$, pretože sa z neho vieme dostať len na $G3$-$H3$ a tie sú všetky vyhrávajúce, $E2$, pretože sa z neho vieme dostať len na $F2$-$H2$, $E3$ a tie sú všetky vyhrávajúce, a $D1$, pretože sa z neho vieme dostať len na $E1$-$H1$, $D2$, $D3$ a tie sú všetky vyhrávajúce. Vieme, že na konci nášho ťahu chceme stáť na prehrávajúcom políčku a zároveň začíname na $A1$. Ak sa chceme dostať do výhodnej pozície, musíme ísť ako prví a pohnúť sa na $D1$ alebo $A4$ a potom už stále ťahať iba tak, aby sme sa dostali na prehrávajúce políčko, alebo do cieľa, ak to okolnosti povoľujú. Preto výherná stratégia existuje pre prvého hráča.

Komentár

Úlohu dobre vyriešilo veľa z vás, avšak v mnohých riešeniach sa vyskytli drobné chybičky. Mnohí správne určili vyhrávajúce a prehrávajúce políčka, ale neodôvodnili, prečo na nich hráč získa výhodu/nevýhodu, bez tohto odôvodnenia je riešenie neúplné, a teda sme zaň nemohli udeliť plný počet bodov. Ďalším nedokonalým riešením bolo, keď ste vypísali zaradom všetky kroky a povedali, že bez ohľadu na súperove kroky určite vyhráte. Bola teda iba opísaná stratégia, nie však spôsob, ktorým ste k nej dospeli, alebo jej zdôvodnenie.

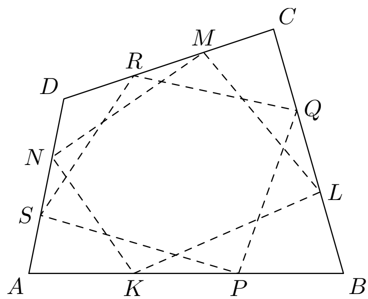
5 opravovali **Matúš Masrna** a **Kristín Mišlanová**

najkrajšie riešenie: Katka Farbulová

47 riešení

Zadanie

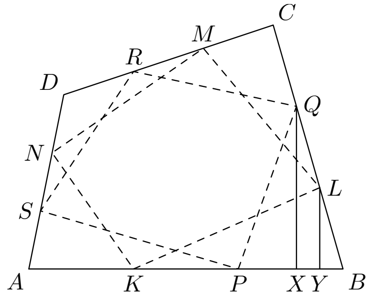
Miestnosť má tvar konvexného štvoruholníka $ABCD$ (to znamená, že všetky jeho vnútorné uhly majú menej ako 180°). Každá stena miestnosti je dvoma stolmi rozdelená na tri rovnako dlhé úseky ako na obrázku (stoly sú K, P, L, Q, M, R, N, S). Dokážte, že oblasti $KLMN$ a $PQRS$ majú zhodný obsah.



Riešenie

Obsah štvoruholníka $KLMN$ vieme vyjadriť aj ako obsah celého štvoruholníka $ABCD$ mínus obsahy trojuholníkov KBL, LCM, MDN a NAK. Rovnako obsah štvoruholníka $PQRS$ vieme vyjadriť ako obsah štvoruholníka $ABCD$ mínus obsahy trojuholníkov PBQ, QCR, RDS a SAP. Ak teda ukážeme, že obsahy týchto trojuholníkov sa rovnajú, ukážeme aj, že sa rovnajú obsahy štvoruholníkov $KLMN$ a $PQRS$.

Pozrime sa na dvojicu trojuholníkov v jednom rohu štvoruholníka $ABCD$ (teda ich spoločný vrchol je vrchol štvoruholníka $ABCD$), napríklad na trojuholníky KBL a PBQ. Do náčrtu doplňme ich výšky z bodov Q a L a ich päty označme X a Y:



Dĺžku výšky LY si označme v a dĺžku strany PB si označme a. Pozrime sa na trojuholníky XBQ a YBL. Uhol pri bode B je spoločný pre oba trojuholníky a $|\sphericalangle BYL| = |\sphericalangle BXQ| = 90°$, pretože výšky sú kolmé na strany. To znamená, že trojuholníky YBL a XBQ sú podobné podľa vety *uu*. Podľa zadania vieme, že $|QL| = |LB|$, a teda $|QB| = 2|LB|$, pretože strana BC je bodmi L a Q rozdelená na tri rovnako dlhé úseky. Takže trojuholníky YBL a XBQ sú podobné v pomere $1 : 2$. To znamená, že $|XQ| = 2|LY| = 2v$.

Rovnako strana AB je zo zadania bodmi K a P rozdelená na tri rovnako dlhé úseky, preto aj $|KB| = 2|PB| = 2a$.

Všeobecný vzorec pre výpočet obsahu trojuholníka je $(b \cdot v_b)/2$, kde b je strana a v_b je výška na danú stranu. Platí teda:

$$S_{KBL} = \frac{2a \cdot v}{2} = a \cdot v$$
$$S_{PBQ} = \frac{a \cdot 2v}{2} = a \cdot v$$

Vidíme, že ich obsahy sa rovnajú. Analogicky to ukážeme pre všetky dvojice trojuholníkov, ktorých spoločný vrchol je vrcholom štvoruholníka $ABCD$, a teda sme dokázali, že obsahy štvoruholníkov $KLMN$ a $PQRS$ sa rovnajú.

Komentár

Väčšina riešení, ktoré nám prišli, boli správne, čo nás veľmi teší. (: Akurát občas ste niektorí stratili 2 až 3 bodíky za to, že ste brali ako samozrejmosť to, že tie výšky sú v nejakom pomere. Pri takejto úlohe, kde je to jedna z kľúčových častí, je to potrebné zdôvodniť.

6 opravovali **Erik Novák** a **Peťo Kovács**

najkrajšie riešenie: Evka Krajčiová

56 riešení

Zadanie

Na cintoríne tvoria hroby políčka mriežky 2019×2019. Na každom z hrobov uvidí okoloidúci ľaliu, gerberu, chryzantému alebo mach (práve jedno z toho). Štvorec z hrobov veľkosti 2×2 vždy zahŕňa každú rastlinu. Dokážte, že niekde na cintoríne existuje rad hrobov 2019×1 alebo 1×2019, ktorý obsahuje iba dva druhy rastlín.

Riešenie

Aby sa nám ľahšie pracovalo, označme si jednotlivé kvety písmenami A, B, C a D. Na tom, ktorý kvet je ktorý zo zadania, nám nezáleží, záleží nám len na tom, ktoré kvety sú od seba rôzne. Keďže mriežku (cintorín) môžeme ľubovoľne otáčať, všetko, čo dokážeme pre riadky, platí aj pre stĺpce a naopak.
Keďže v jednom štvorci 2×2 musia byť všetky rastliny rôzne, nemôžu byť dva rovnaké kvety na susediacich políčkach. To znamená, že v jednom rade (resp. stĺpci) musia byť aspoň dva rôzne druhy kvetov. Ak sú v nejakom rade len dva rôzne kvety, tak sme splnili podmienky zadania. Ak nie, tak existuje rad, v ktorom musia byť viac ako 2 rôzne kvety (3 alebo 4). Vieme teda, že niekde určite nastala takáto situácia (rozmyslite si prečo):

	⋮	⋮	⋮	
...				...
...	A	B	C	...
...				...
	⋮	⋮	⋮	

Na políčku pod kvetom B sa nemôže nachádzať nič iné ako kvet D, pretože A, B aj C už sú v aspoň jednom z 2×2 štvorcov, ktoré obsahujú toto políčko. Na toto políčko teda doplníme kvet D. Ostanú nám dva štvorce 2×2, v ktorých nám v každom chýba už len jedna kvetina (v ľavom dolnom políčku C, v pravom dolnom A). Doplníme a dostaneme takúto mriežku:

...	A	B	C	...
...	C	D	A	...
	⋮	⋮	⋮	

Na políčku pod kvetom D sa teraz nemôže nachádzať nič iné ako kvet B, pretože A, C aj D už sú v aspoň jednom z 2×2 štvorcov, ktoré obsahujú toto políčko. Na toto políčko teda doplníme kvet B a ostanú nám dva štvorce 2×2, v ktorých nám v každom chýba už len jedna kvetina (v ľavom dolnom políčku A, v pravom dolnom

C). Teraz vidíme, že sme dostali rovnaký riadok ako prvý. Zároveň si všimnime, že z tohto rozpoloženia vždy jednoznačne doplníme ďalší riadok. Dostaneme teda striedajúce sa riadky:

...	A	B	C	...
...	C	D	A	...
...	A	B	C	...
...	C	D	A	...
	⋮	⋮	⋮	

Tieto dva riadky ABC a CDA sa budú opakovať, kým ich nebude 2019. Tým nám vzniknú tri stĺpce, v ktorých sa opakujú len dva kvety. Dokázali sme teda, že ak neexistuje riadok, v ktorom sa striedajú iba 2 druhy kvetov, určite existuje taký stĺpec, a naopak.

Komentár

Veľa z vás úlohu vyriešilo správne. Niektorí však nedostatočne zdôvodnili, prečo tvrdenie zo zadania platí. Jeden z pokusov bol začať vypĺňať mriežku od okraja. V tomto prípade ale bolo treba rozobrať viac možností a, koniec koncov, správne riešenie aj tak viedlo k tomu, že existuje usporiadanie ako vo vzorovom riešení.

Autori vzorových riešení: Jakub Genči, Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Peter Kovács, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

Zadania 2. série úloh letného semestra

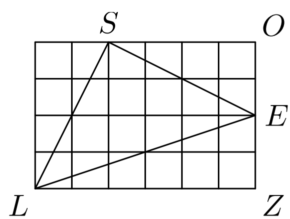
Riešenia pošlite najnekôr do **29. apríla 2019**

Úloha 1

V hostinci je 12 štvorcových stolov so stranami 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6. Barón chce mať tieto stoly rozdelené na dve skupiny tak, aby bol v oboch skupinách rovnaký súčet obsahov aj obvodov štvorcov. Dokážte, že túto barónovu požiadavku v tomto hostinci nemožno splniť.

Úloha 2

Kým prírodu si obľúbil, kartové hry otcových zazobaných hostí z duše neznášal. V štvorcovej sieti je trojuholník LES ako na obrázku. Určte súčet $|\sphericalangle ZLE| + |\sphericalangle ESO|$.



Úloha 3

Lotta má 16 rokov, Dieter 12. Pri pozorovaní a obsluhovaní tejto podivuhodnej spoločnosti starých alchymistov si všimli, že ak Lotta pridá svoj vek k vekom alchymistov, tak sa ich priemerný vek zníži o 10 rokov. Ak sa k Lottinmu veku pridá aj ten Dieterov, tak sa priemerný vek zníži o ďalších 8 rokov. Aký je priemerný vek spoločnosti alchymistov?

Úloha 4

Kornel sa chcel zblížiť so svojimi pisárikmi a svojimi dôstojnými poslucháčmi a to sa najlepšie robí pri riešení spoločného problému. Oznámil im preto: „Milé deti, všimol som si, že ak by vás bolo v miestnosti dvakrát viac, ako je teraz, a potom by jedno z vás odišlo, tak by váš počet bol deliteľný počtom učencov, ktorí sú teraz v miestnosti. Rovnako, ak by bol počet učencov v miestnosti dvojnásobný a jeden z nich by potom odišiel, tak by ich počet bol deliteľný počtom detí, ktoré sú teraz v miestnosti. Skúste teraz spoločne nájsť všetky možné počty detí a učencov v miestnosti.“

Úloha 5

Jednej noci sa Oto chcel zabaviť s Dieterom a tým, čo mu zostalo po otcovi. Zobrali si zo zachovaného voza trhaviny a začali hrať hru. Oto začína a striedajú sa v ťahoch. V každom ťahu si hráč vyberie výbušninu istej sily (z každého druhu majú dostatočne veľa kusov) a vyhodí ňou do povetria aspoň 1 a najviac 5 meštianskych domov (podľa sily trhaviny). Hra sa končí po vopred dohodnutom počte ťahov. Dieter vyhrá, ak je počet zničených domov násobkom 9, inak vyhrá Oto. Nájdite víťaznú stratégiu pre niektorého z hráčov, ak hra končí po:

- *10 ťahoch,*
- *11 ťahoch,*
- *12 ťahoch.*

Úloha 6

V háji rastie mnoho stromov a iných rastlín, ktoré pokrývajú štvorec $TRAP$. Na uhlopriečke AT sa nachádza bod S iný ako jej stred. Ortocentrum (priesečník výšok) trojuholníka STR označme L a trojuholníka RAS ako N. Dokážte, že altán $ALTN$ je kosoštvorec.

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
1. - 10.	Lucia Chladná	Z7	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Samuel Osuský	Z8	ZDrJDMA	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Terézia Stanová	Z8	EGJAKKE	9	9	9	9	9	-	0	**54**
	Barbora Baltovičová	Z8	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Richard Vodička	Z7	GAlejKE	9	9	9	9	9	7	0	**54**
	Michal Židzik	Z9	ZJŠveHE	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Michal Iľkovič	Z7	ZBPPGPO	9	9	9	9	9	-	0	**54**
	Eva Krajčiová	Z6	GAlejKE	8	9	9	9	9	9	0	**54**
	Ondrej Králik	Z7	GAlejKE	6	9	9	9	9	9	0	**54**
	Veronika Chovancová	Z9	PiarGTN	9	9	9	9	9	9	0	**54**
11.	Bianka Gurská	Z8	GAlejKE	8	7	9	9	9	9	0	**52**
12. - 15.	Sara Gašparová	Z9	GABerSC	9	9	9	9	9	6	0	**51**
	Katarína Farbulová	Z7	GAlejKE	8	9	9	7	9	1	0	**51**
	Karin Eštoková	Z9	GMRŠKE	8	9	9	7	9	9	0	**51**
	Martin Kopčány	Z9	GJChaBR	6	9	9	9	9	9	0	**51**
16. - 17.	Tomáš Gaja	Z8	ZKro4KE	9	9	9	7	9	0	0	**50**
	Štefan Vašak	Z9	ZKe30KE	9	9	5	9	9	9	0	**50**
18.	Maxima Bednárčíková	Z7	GAlejKE	9	8	-	9	9	5	0	**49**
19.	Lukáš Jacko	Z7	ZKro4KE	8	9	9	9	-	4	0	**48**
20. - 22.	Marek Horváth	Z7	GKonšPO	9	8	-	9	9	3	0	**47**
	Ľubomír Vargovčík	Z9	ZKe30KE	8	9	9	6	6	9	0	**47**
	Eduard Fedorčuk	Z8	EGJAKKE	9	9	8	9	6	-	0	**47**
23. - 24.	Matej Šoltés	Z8	GTrebKE	7	7	3	7	9	9	0	**46**
	Erik Jochman	Z8	GAlejKE	9	6	9	6	7	9	0	**46**
25. - 26.	Oskar Hritz	Z9	ZPoliKE	9	0	9	9	9	9	0	**45**
	Tomáš Kubrický	Z7	ZKro4KE	9	9	9	9	-	-	0	**45**
27.	Paulína Tkáčová	Z7	ZLevoSN	9	2	2	9	9	6	0	**44**
28.	Martin Šmilňák	Z8	GAlejKE	9	-	8	9	9	4	0	**43**
29.	Miriam Horváthová	Z9	ZKomeMI	9	9	9	9	6	0	0	**42**
30.	Matúš Libák	Z7	GAlejKE	-	9	9	9	1	4	0	**41**
31.	Adela Horváthová	Z8	ZDnepKE	8	9	3	9	7	0	0	**39**
32.	Martin Dudjak	Z7	SMládPP	9	-	-	4	7	9	0	**38**
33. - 34.	Veronika Vodičková	Z7	GAlejKE	4	2	9	3	7	5	0	**37**
	Patrícia Gondášová	Z8	ZMRŠHLC	9	7	3	-	7	8	0	**37**
35. - 36.	Karol Jakubčák	Z9	ZKro4KE	9	9	9	9	-	-	0	**36**
	Branislav Ječim	Z8	ZOKožSN	9	2	8	9	-	6	0	**36**
37. - 38.	Alex Fabrici	Z7	ZPAngKE	-	2	8	9	-	5	0	**33**
	Viktória Števková	Z8	ZMRŠHLC	9	3	3	-	6	9	0	**33**
39. - 40.	Ľubomíra Šenitková	Z7	GLipany	1	9	6	5	-	2	0	**32**
	Matej Vojtaník	Z7	ZKro4KE	5	9	-	6	-	3	0	**32**
41.	Jakub Kulka	Z9	GMRŠKE	7	1	5	9	9	-	0	**31**
42.	Natália Poliačiková	Z7	ZKro4KE	8	-	-	9	-	3	0	**29**
43.	Olívia Jánošíková	Z8	ZKro4KE	6	9	7	6	-	0	0	**28**
44. - 46.	Samuel Čurma	Z9	ZJŠveHE	9	9	9	-	-	-	0	**27**
	Richard Gerboc	Z9	ZJŠveHE	2	9	3	6	7	0	0	**27**
	Patrik Sremaňák	Z9	ZKro4KE	9	0	9	-	9	-	0	**27**
47. - 48.	Matej Kundrík	Z8	ZKro4KE	9	2	6	0	-	9	0	**26**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
	Martin Šedovič	Z7	ZKro4KE	8	-	9	-	-	-	0	**26**
49.	Patrik Barnišin	Z7	ZBPPGPO	7	-	-	-	9	-	0	**25**
50.	Viliam Karol Kubičár	Z7	ZOKožSN	7	-	3	0	0	5	0	**22**
51.	Ján Brajerčík	Z8	ZŠmerPO	1	9	3	6	1	1	0	**21**
52. - 53.	Vladimir Slanina	Z7	ZKro4KE	9	-	2	-	-	-	0	**20**
	Henrietta Antožy	Z7	ZKro4KE	8	-	-	4	-	0	0	**20**
54. - 56.	Matúš Chovančák	Z7	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	0	**18**
	Daniel Miščík	Z7	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	0	**18**
	Nina Pacholská	Z7	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	0	**18**
57.	Matúš Mandzák	Z8	ZKro4KE	8	-	9	-	-	-	0	**17**
58. - 62.	Pavol Komlós	Z6	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	0	**16**
	Ema Lola Škombárová	Z7	ZKro4KE	8	-	-	-	-	0	0	**16**
	Peter Varga	Z7	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	0	**16**
	Filip Olej	Z7	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	0	**16**
	Kalista Semancová	Z7	ZSNP1HE	-	6	3	1	0	0	0	**16**
63.	Boris Pasterňak	Z8	ZKro4KE	9	6	-	-	-	-	0	**15**
64.	Filip Sabovčík	Z7	ZOKožSN	1	-	-	-	2	5	0	**13**
65.	Miroslav Chodúr	Z8	ZMRŠHLC	6	-	-	-	6	-	0	**12**
66. - 68.	Timotej Jakubov	Z9	ZJŠveHE	2	9	-	0	-	-	0	**11**
	Eva Hricová	Z8	ZMRŠHLC	5	-	-	-	6	0	0	**11**
	Šimon Kirňák	Z8	ZOKožSN	7	-	3	-	1	-	0	**11**
69.	Filip Fetyko	Z7	ZKro4KE	5	-	-	0	-	0	0	**10**
70.	Petra Chomová	Z8	ZKro4KE	9	-	-	0	-	-	0	**9**
71. - 73.	Tomáš Vysoký	Z8	ZKro4KE	8	-	-	-	-	0	0	**8**
	Alena Zavodníková	Z8	ZKro4KE	8	-	-	0	-	-	0	**8**
	Lucia Zajacová	Z9	ZOKožSN	8	-	-	-	-	0	0	**8**
74.	Ján Leibiczer	Z8	ZOKožSN	6	-	-	1	-	-	0	**7**
75. - 77.	Samuel Torhány	Z7	GAlejKE	1	-	1	-	-	-	0	**3**
	Tomáš Hamrák	Z9	ZOKožSN	1	-	-	2	-	-	0	**3**
	Tomáš Jakubec	Z7	ZOKožSN	1	-	-	1	0	0	0	**3**
78. - 83.	Jakub Imrich	Z7	ZKro4KE	0	1	-	-	-	-	0	**2**
	Pavol, Alexander Komloš	Z8	ZKro4KE	-	2	-	-	-	-	0	**2**
	Michal Dvořáček	Z8	ZKro4KE	0	-	-	2	-	-	0	**2**
	Tereza Pažinová	Z8	ZKro4KE	0	2	-	-	-	-	0	**2**
	Eduard Lehocký	Z7	ZKro4KE	1	-	-	-	-	0	0	**2**
	Oliver Hošík	Z8	ZOKožSN	-	-	-	2	0	-	0	**2**
84. - 86.	Ivonne Hančikovská	Z8	ZKro4KE	0	1	-	-	-	-	0	**1**
	Viktor Barbuščák	Z8	ZOKožSN	-	-	-	1	-	0	0	**1**
	Samuel Širilla	Z9	ZOKožSN	-	-	-	1	-	0	0	**1**
87. - 92.	Viktor Ružinský	Z7	ZKro4KE	0	-	-	0	-	-	0	**0**
	Zuzana Benešová	Z7	ZKro4KE	0	-	-	0	-	-	0	**0**
	Tomáš Vitko	Z7	ZOKožSN	0	-	-	0	-	0	0	**0**
	Barbara Birošová	Z9	ZOKožSN	0	-	-	-	-	0	0	**0**
	Peter Breja	Z6	ZKračún	0	0	0	0	0	0	0	**0**
	Maximiliána Ferencová	Z7	ZOKožSN	0	0	-	0	-	-	0	**0**

Názov:	*MATIK* – korešpondenčný matematický seminár Číslo 5 • Apríl 2019 • Letný semester 32. ročníka
Internet:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk