KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 6 — ROČNÍK 32 matik.strom.sk

Ahojte!

Prázdniny sa blížia a vy už isto rátate zostávajúce dni školy. Kým vás však učitelia zavalia koncoročnými písomkami, neváhajte si pozrieť vzorové riešenia, komentáre, a v neposlednom rade výsledkovú listinu. Z nej sa dozviete aj to, či vám tých dní v škole nezostáva ešte menej, pretože ste sa možno dostali na letné sústredenie! A ak aj nie, nezúfajte a skúste vaše šťastie aj na jeseň :)

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.
TMM sa bude konať 11. - 18. augusta v Chate Radzim pri obci Vyšnej Slanej a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie, ako aj prihlasovanie, nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1 opravovali **Filip Csonka** a **Maťo Gbúr** — 58 riešení
najkrajšie riešenie: Tomáš Kubrický

Zadanie

V hostinci je 12 štvorcových stolov so stranami 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6. Barón chce mať tieto stoly rozdelené na dve skupiny tak, aby bol v oboch skupinách rovnaký súčet obsahov aj obvodov štvorcov. Dokážte, že túto barónovu požiadavku v tomto hostinci nemožno splniť.

Riešenie

Ak a je strana štvorca, potom $4a$ je jeho obvod a $a \cdot a$ je jeho obsah.
Ukážme si, že súčet obvodov ľubovoľného množstva štvorcov sa rovná štvornásobku súčtu ich strán:

$$4a_1 + 4a_2 + \cdots + 4a_n = 4 \cdot (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$$

Teraz zrátame súčet obvodov všetkých štvorcov (1) a obsahov všetkých štvorcov (2):

$$4 \cdot (2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6) = 144 \qquad (1)$$
$$2 \cdot (1 \cdot 1) + 4 \cdot (2 \cdot 2) + 2 \cdot (3 \cdot 3) + 1 \cdot (4 \cdot 4) + 2 \cdot (5 \cdot 5) + 1 \cdot (6 \cdot 6) = 138 \qquad (2)$$

Keďže sú naše dve skupiny rovnako veľké, v každej bude súčet obvodov štvorcov polovica z ich celkového súčtu ($144 : 2 = 72$) a rovnako aj súčet obsahov ($138 : 2 = 69$). Ako sme si už skôr dokázali, súčet obvodov hocijakej skupiny štvorcov (teda aj tej našej) je rovný štvornásobku súčtu dĺžok strán jednotlivých štvorcov. Tento súčet bude pre naše skupiny potom $72 : 4 = 18$, čiže párne číslo.
Teraz si všimnime, že ak párne číslo vynásobím samým sebou, dostanem párne číslo a ak nepárne číslo vynásobím samým sebou, dostanem nepárne číslo. Parita čísel a aj celého súčtu sa teda nezmení, ak každý sčítanec vynásobím samým sebou. To

znamená, že keď je súčet strán jednotlivých štvorcov párny, bude aj súčet ich obsahov párny. No a teraz sme sa dostali k sporu, lebo podľa našich výpočtov má byť súčet obsahov 69, čiže nepárny. Týmto sme dokázali, že barónovu požiadavku nemožno splniť.

Komentár

Po prečítaní vzoráku ste iste usúdili, že táto úloha nebola náročná, bolo si len potrebné uvedomiť, akú rolu zohráva vo výsledných súčtoch parita dĺžok strán jednotlivých štvorcov. Bohužiaľ, len niekoľko riešiteľov si uvedomilo túto skutočnosť (ktorí dostali takmer všetci plný počet bodov) a zvyšní sa úlohu snažili vyriešiť vypisovaním možností rozdelenia stolov alebo diskutovaním jednotlivých prípadov. Tu už bolo tých 9-bodových riešení menej, lebo nie je jednoduché ošetriť naozaj všetky možnosti rozdelenia stolov a veľa z vás na niečo zabudlo. Niektorí ste sa nevenovali ani tomuto, len ste vypísali možnosti rozdelenia také, v ktorých sa rovnajú súčty obsahov a ukázali ste, že ani pri jednej takejto možnosti sa nerovná súčet obvodov. To ale nestačí a bez preverenia všetkých možných rozdelení nie je dôkaz kompletný.

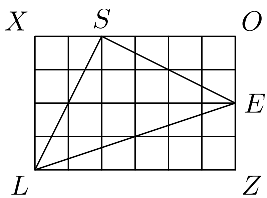
2 opravovali **Michal Masrna** a **Matúš Masrna**

najkrajšie riešenie: Lucka Chladná, Karol Jakubčák

74 riešení

Zadanie

Kým prírodu si obľúbil, kartové hry otcových zazobaných hostí z duše neznášal. V štvorcovej sieti je trojuholník LES ako na obrázku. Určte súčet $|\sphericalangle ZLE| + |\sphericalangle ESO|$.



Riešenie

Zvyšný bod v ľavom hornom rohu mriežky si označme X. Najprv sa pozrime na trojuholníky ESO a SLX. Platí, že $|EO| = |SX| = 2$ štvorčeky, $|SO| = |LX| = 4$ štvorčeky a $|\sphericalangle LXS| = |\sphericalangle SOE| = 90°$. To znamená, že tieto dva trojuholníky majú zhodné dve strany a uhol, ktorý zvierajú, preto sú zhodné podľa vety *sus*. Preto platí, že $|\sphericalangle ESO| = |\sphericalangle SLX|$.

Keďže $\sphericalangle LXS$ je pravý a súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180°, tak vieme, že $|\sphericalangle SLX| + |\sphericalangle LSX| = 90°$, a keďže už vieme, že $|\sphericalangle ESO| = |\sphericalangle SLX|$, tak platí, že $|\sphericalangle ESO| + |\sphericalangle LSX| = 90°$.

Uhly LSX, LSE a ESO spolu tvoria priamy uhol, a keďže $|\sphericalangle ESO| + |\sphericalangle LSX| = 90°$, tak $|\sphericalangle LSE| = 90°$. Takže trojuholník LES je pravouhlý s pravým uhlom pri bode S. Ďalej zo zhodnosti trojuholníkov ESO a SLX vieme, že $|ES| = |SL|$, preto je trojuholník LES zároveň aj rovnoramenný so základňou LE. Uhly pri základni rovnoramenného trojuholníka majú rovnakú veľkosť, a preto vieme vypočítať, že

$|\sphericalangle SLE| = |\sphericalangle SEL| = (180-90)/2 = 45°$.
Pozrime sa teraz na $\sphericalangle ZLX$. Vieme, že je pravý, a tiež, že sa skladá z uhlov ZLE, SLE a SLX. Takže $|\sphericalangle ZLE| + |\sphericalangle SLE| + |\sphericalangle SLX| = 90°$, a keďže $|\sphericalangle SLE| = 45°$, tak $|\sphericalangle ZLE| + |\sphericalangle SLX| = 45°$. Vieme, že $|\sphericalangle SLX| = |\sphericalangle ESO|$, a preto $|\sphericalangle ZLE| + |\sphericalangle ESO| = 45°$.

Komentár

Úloha nebola náročná, a tak ju väčšina z vás zvládla vyriešiť. Viacerým z vás sme však museli strhnúť nejaké body za to, že ste niektoré zo svojich tvrdení (väčšinou o tom, že trojuholníky sú podobné, alebo že uhol LSE je pravý) neodôvodnili a nedokázali. Okrem toho sme, bohužiaľ, aj tentokrát dostali niekoľko riešení, kde ste sa úlohu snažili načrtnúť a zmerať, do budúcna sa tomu snažte vyhnúť, pretože to nie je správny matematický postup.

3 opravovali **Kristín Mišlanová** a **Martin Števko**

49 riešení

najkrajšie riešenie: Martin Šmilňák

Zadanie

Lotta má 16 rokov, Dieter 12. Pri pozorovaní a obsluhovaní tejto podivuhodnej spoločnosti starých alchymistov si všimli, že ak Lotta pridá svoj vek k vekom alchymistov, tak sa ich priemerný vek zníži o 10 rokov. Ak sa k Lottinmu veku pridá aj ten Dieterov, tak sa priemerný vek zníži o ďalších 8 rokov. Aký je priemerný vek spoločnosti alchymistov?

Riešenie

Súčet vekov alchymistov si označme s a ich počet p. Priemerný vek alchymistov vieme vyjadriť ako s/p. Po pridaní Lotty k alchymistom bude priemerný vek rovný $(s+16)/(p+1)$, keďže sme k súčtu vekov alchymistov pridali aj jej vek a ich počet sa tým pádom zvýšil o 1. Rovnako vieme vyjadriť priemerný vek aj po pridaní Dietera. Zadanie nám potom hovorí:

$$\frac{s+16}{p+1} = \frac{s}{p} - 10 \tag{1}$$
$$\frac{s+16+12}{p+2} = \frac{s}{p} - 10 - 8 \tag{2}$$

Prvú rovnicu vieme upraviť ako:

$$\begin{aligned} s+16 &= (p+1)\cdot\frac{s}{p} - 10(p+1) \\ sp+16p &= sp+s-10p^2-10p \\ 10p^2+26p &= s \end{aligned}$$

Tú druhú následovne:

$$\begin{aligned} s + 28 &= (p+2) \cdot \frac{s}{p} - 18(p+2) \\ sp + 28p &= sp + 2s - 18p^2 - 36p \\ 18p^2 + 64p &= 2s \\ 9p^2 + 32p &= s \end{aligned}$$

Po odčítaní týchto rovníc dostávame $p^2 - 6p = 0$, teda $p(p-6) = 0$, čiže $p = 0$, alebo $p = 6$. Keďže máme aspoň 1 alchymistu, ich počet bude 6 a potom súčet je $9 \cdot 6^2 + 32 \cdot 6 = 516$, teda priemer ich vekov je $516/6 = 86$.

Komentár

Zostaviť rovnice zo zadania vám väčšine vôbec nerobilo problém. Ťažšia časť bola z nich následne zistiť počet alchymistov, čo ste niektorí nedotiahli do konca, lebo ste veľmi rýchlo prešli k jednej rovnici o dvoch neznámych a tak stratili nejakú potrebnú informáciu. Veľa riešení však bolo veľmi pekných a podobných vzorovému riešeniu (:

4

opravovali **Róbert Sabovčík** a **Patrik Paľovčík**

najkrajšie riešenia: Eva Krajčiová a Lucia Chladná

46 riešení

Zadanie

Kornel sa chcel zblížiť so svojimi pisárikmi a svojimi dôstojnými poslucháčmi a to sa najlepšie robí pri riešení spoločného problému. Oznámil im preto: „Milé deti, všimol som si, že ak by vás bolo v miestnosti dvakrát viac, ako je teraz, a potom by jedno z vás odišlo, tak by váš počet bol deliteľný počtom učencov, ktorí sú teraz v miestnosti. Rovnako, ak by bol počet učencov v miestnosti dvojnásobný a jeden z nich by potom odišiel, tak by ich počet bol deliteľný počtom detí, ktoré sú teraz v miestnosti. Skúste teraz spoločne nájsť všetky možné počty detí a učencov v miestnosti.“

Riešenie

Označme si počet detí ako D a počet učencov ako U. To, že ak zdvojnásobíme počet detí a zmenšíme o 1, tak ich počet bude deliteľný počtom učencov, si vieme zapísať ako $2 \cdot D - 1 = k \cdot U$, pričom k je prirodzené číslo, keďže U je násobkom $2 \cdot D - 1$. To isté vieme urobiť aj naopak, teda $2 \cdot U - 1 = l \cdot D$ a l je tiež prirodzené číslo.
Vyjadrime si z prvej rovnice počet detí:

$$\begin{aligned} 2 \cdot D - 1 &= k \cdot U \\ 2 \cdot D &= k \cdot U + 1 \\ D &= \frac{k \cdot U + 1}{2} \end{aligned}$$

Dosaďme si takto vyjadrený počet detí do druhej rovnice a upravme ju, aby sme dostali počet učencov vyjadrený pomocou k a l:

$$\begin{aligned}
2 \cdot U - 1 &= l \cdot D \\
2U - 1 &= l \cdot \frac{k \cdot U + 1}{2} \\
4U - 2 &= l \cdot (k \cdot U + 1) \\
4U - 2 &= l \cdot k \cdot U + l \\
4U - l \cdot k \cdot U &= l + 2 \\
U \cdot (4 - l \cdot k) &= l + 2 \\
U &= \frac{l + 2}{4 - l \cdot k}
\end{aligned}$$

Počet učencov musí byť celé nezáporné číslo, a keďže $l + 2$ v čitateli je kladné, musí byť kladné aj $4 - l \cdot k$ v menovateli, keďže nulou sa deliť nedá a keby to bolo záporné, tak by musel byť aj záporný počet učencov po delení kladného čísla záporným.
To, že $4 - l \cdot k$ je kladné znamená, že $l \cdot k < 4$. Z rovníc $2 \cdot D - 1 = k \cdot U$ a $2 \cdot U - 1 = l \cdot D$ vieme, že k aj l sú nepárne čísla, keďže $2D - 1$ a $2U - 1$ sú nepárne čísla a teda súčiny $k \cdot U$ a $l \cdot D$, ktoré sa im rovnajú, musia obsahovať len nepárne čísla.
Hľadáme dve nepárne čísla, ktorých súčin je menší ako 4. To platí pre súčiny $1 \cdot 1 = 1$ a $1 \cdot 3 = 3$. Ďalšie súčiny - $1 \cdot 5 = 5$ a $3 \cdot 3 = 9$ sú už väčšie ako 4 a s postupným zväčšovaním k a l sa zväčšujú.
Sú teda 3 možností, aké môžu byť hodnoty k a l, a to $k = 1$, $l = 1$; $k = 3$, $l = 1$ a $k = 1$, $l = 3$.
Rozoberme si všetky 3 možnosti:

- $k = 1$, $l = 1$

  Dosaďme si dané hodnoty k a l do rovnice, aby sme zistili počty učencov.

  $$\begin{aligned}
  U &= \frac{l + 2}{4 - l \cdot k} \\
  U &= \frac{1 + 2}{4 - 1 \cdot 1} \\
  U &= 1
  \end{aligned}$$

  Počet detí vieme zistiť z rovnice $2 \cdot U - 1 = l \cdot D$ a po dosadení je to $2 \cdot 1 - 1 = 1 \cdot D$, čiže $D = 1$.

- $k = 3$, $l = 1$

  Počet učencov je:

  $$\begin{aligned}
  U &= \frac{l + 2}{4 - l \cdot k} \\
  U &= \frac{1 + 2}{4 - 1 \cdot 3} \\
  U &= 3
  \end{aligned}$$

Počet detí je $2 \cdot 3 - 1 = 1 \cdot D$, čiže $D = 5$.

- $k = 1$, $l = 3$

  Počet učencov je:

$$U = \frac{l+2}{4 - l \cdot k}$$
$$U = \frac{3+2}{4 - 3 \cdot 1}$$
$$U = 5$$

  Počet detí pre tieto k a l je $2 \cdot 5 - 1 = 3 \cdot D$, takže $D = 3$.

Všetky možné počty detí a učencov teda sú:

- $D = 1$, $U = 1$;
- $D = 5$, $U = 3$;
- $D = 3$, $U = 5$.

Komentár

Väčšine z vás sa podarilo dospieť k správnemu výsledku, čo je vynikajúce. Mnoho z vás však na to použilo namiesto logického postupu skúšanie, čo sme odmeňovali nízkym počtom bodov. Je dôležité si uvedomiť, že súčasťou riešenia nie je len nájsť všetky správne možnosti, ale aj ukázať, že už určite neexistuje žiadna iná. Taktiež si dávajte pozor na zrozumiteľnosť vašich postupov a radšej vysvetľujte viac ako menej, aby sme nemuseli strhávať body za logické skoky v inak peknom riešení.

5

opravovali **Martin Masrna** a **Erik Novák**

najkrajšie riešenie: Alex Fabrici

40 riešení

Zadanie

Jednej noci sa Oto chcel zabaviť s Dieterom a tým, čo mu zostalo po otcovi. Zobrali si zo zachovaného voza trhaviny a začali hrať hru. Oto začína a striedajú sa v ťahoch. V každom ťahu si hráč vyberie výbušninu istej sily (z každého druhu majú dostatočne veľa kusov) a vyhodí ňou do povetria aspoň 1 a najviac 5 meštianskych domov (podľa sily trhaviny). Hra sa končí po vopred dohodnutom počte ťahov. Dieter vyhrá, ak je počet zničených domov násobkom 9, inak vyhrá Oto. Nájdite víťaznú stratégiu pre niektorého z hráčov, ak hra končí po:

- 10 ťahoch,
- 11 ťahoch,
- 12 ťahoch.

Riešenie

Najprv sa pozrieme na situáciu s 11 ťahmi a ukážeme víťaznú stratégiu pre Ota. Keďže Oto má posledný ťah, nezáleží na tom, ako sa ničenie domov vyvíjalo prvých 10 ťahov. Z každých 5 po sebe idúcich čísel môže najviac jedno byť deliteľné 9, a teda Oto vo svojom poslednom ťahu má vždy aspoň 4 víťazné možnosti.

Teraz sa pozrieme na situáciu s 12 ťahmi. Tu je víťazná stratégia pre Dietra. Čo si môžeme všimnúť je, že akýkoľvek počet domov Oto zničí, Dieter vie ho v ďalšom ťahu dorovnať na 6 (ak Oto zničí 1 dom, Dieter zničí 5, ak Oto zničí 2 tak Dieter 4...). V 12 ťahoch ide Oto aj Dieter šesťkrát, teda ak Dieter doplní týmto spôsobom všetkých 6 Otových ťahov, tak na konci zostane zničených $6 \cdot 6 = 36$ domov, čo je deliteľné 9, teda Dieter vyhrá.

Napokon sa pozrime na situáciu s 10 ťahmi. Opäť využijeme stratégiu doplňania počtu zničených domov na 6, teraz ju však vie využiť Oto. V prvom ťahu vyhodí do vzduchu 3 domy a svoje zvyšné 4 ťahy venuje dorovnávaniu Dieterových ťahov na 6. Takto ku počiatočným 3 domom, ktoré zničil v prvom ťahu pridal $4 \cdot 6 = 24$ domov, teda po Otovom poslednom ťahu ostalo 27 zničených domov. Dieter sa vie posledným ťahom dostať iba na $28, 29, 30, 31$ alebo 32 zničených domov, a teda na žiadne číslo deliteľné deviatkou. Preto Oto vždy vyhrá.

Komentár

Stratégiu pre 11 ťahov sa väčšine z vás podarilo ľahko nájsť. Pre 10 a 12 ťahov to už bolo zložitejšie, najmä ak ste nevyužili stratégiu doplňania počtu zničených domov na 6. Mnohí ste sa snažili pozerať na zvyšky po delení 9 a to, aký zvyšok musí byť po ktorom ťahu aby vyhral Oto alebo Dieter. Pri úlohách na víťaznú stratégiu však je kľúčové túto stratégiu popísať, nielen povedať, v ktorej situácií vyhrá ktorý hráč. Druhá dôležitá vec je dokázať, že stratégia je víťazná bez ohľadu na to, ako hrá súper.

6

opravovali **Gabča Genčiová** a **Peťo Kovács**

najkrajšie riešenie: Martin Kopčány

50 riešení

Zadanie

V háji rastie mnoho stromov a iných rastlín, ktoré pokrývajú štvorec $TRAP$. Na uhlopriečke AT sa nachádza bod S, ktorý nie je totožný s bodom A, T, ani so stredom uhlopriečky AT. Ortocentrum (priesečník výšok) trojuholníka STR označme L a trojuholníka RAS ako N. Dokážte, že altán $ALTN$ je kosoštvorec.

Riešenie

Načrtneme si štvorec $TRAP$, vyznačíme bod S a priesčník uhlopriečok nazvime O. Najprv zistíme, kde sa jednotlivé body $ALTN$ nachádzajú. A a T máme dané štvorcom $TRAP$. Polohu bodov N a L vieme určiť pomocou trojuholníkov STR

a RAS. Z vlastností štvorca vieme, že uhlopriečky sú na seba kolmé. To znamená, že úsečka OR je výškou trojholníka RAS na stranu AS a zároveň aj výškou trojuholníka STR na stranu ST. Z toho vyplýva, že N a L musia ležať na priamke PR, kedže sa nachádzajú na priesečníkoch výšok. Zároveň vieme povedať, že body N a L nie sú totožné ani sa nenachádzajú v rovnakej polrovine, lebo jeden trojuholník musí byť ostrouhlý a druhý tupouhlý. Tým pádom ortocentrum tupouhlého trojuholníka sa nachádza mimo neho a ortocentrum ostrouhlého trojuholníka sa nachádza v ňom. Čo sa týka uhlopriečok štvoruholníka $ALTN$, vieme, že sú na seba kolmé, lebo sú súčasťou uhlopriečok štvorca. Z rovnakého dôvodu vieme aj, že AT je úsečkou LN preťatá v polovici. Následne si načrtnime výšky na strany TR a RA, ktoré výchádzajú z bodu S. Vieme, že musia prechádzať bodmi N, L a teda nám vznikne trojuholník NLS. Tým, že strana NS je kolmá na AR, bude rovnobežná so stranou TR. Ďalej tým, že strana LS je kolmá na stranu TR, je rovnobežná so stranou AR, teda aj LS a NS sú na seba kolmé. Z toho vyplýva, že trojuholníky PTR a LSN sú podobné. Kedže trojuholník PTR je rovnoramenný, tak musí byť aj trojuholník LSN. Teda L a N sú od bodu O rovnako ďaleko vzdialené.

Vieme, že uhlopriečky $ALTN$ sa rozpoľujú a sú na seba kolmé. Z toho už vyplýva, že $ALTN$ je kosoštvorec. Pre istotu overme, že toto naozaj stačí aby sme ho prehlásili za kosoštvorec. Môžeme napríklad ukázať, že všetky strany sú rovnako dlhé. Všimnime, že uhlopriečky sú osi strán trojuholníkov z ktorých pozostáva $ALTN$. Každý z trojuholníkov nad nejakou uhlopriečkou je teda rovnoramenný. A teda platí $|AL| = |AN|$, $|AN| = |NT|$, $|NT| = |LT|$, $|LT| = |AL|$.

Komentár

Málo z vás si spomenulo, že je potrebné overiť, či sa body N a L nachádzajú na iných stranách uhlopriečky. Za takúto chybu sme sa rozhodli stiahnuť iba jeden bod. Príčinou ďalších strhnutých bodov bolo nedostatočné okomentovanie krokov. Na záver by sme chceli poznamenať, že narysovanie útvaru pre jednu konkrétnu polohu S nie je riešením úlohy, nakoľko riešenie má dokazovať zadanie pre ľubovoľnú polohu S. Zároveň rysovanie zvyčajne nie je presné, a preto sa namerané hodnoty nepovažujú za dostatočne silný dôkaz.

Niektorí z vás sa v riešení snažili ukázať, že útvar nemôže byť štvorec. Je vhodné poznamenať, že štvorec je len špeciálny prípad kosoštvorca (podľa definície) a teda aj štvorec môžeme nazvať kosoštvorcom. Nie je teda nutné tento prípad zvlášť vylučovať.

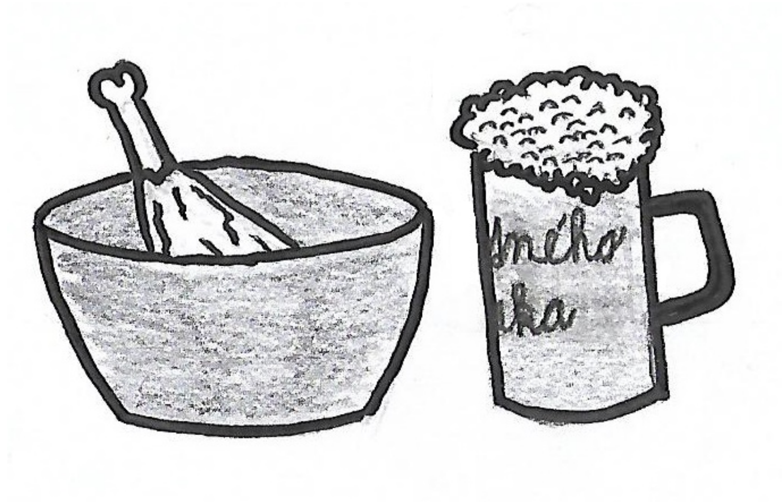
Autori vzorových riešení: Jakub Genči, Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Peter Kovács, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

Konečné poradie letného semestra 32. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 2.	Lucia Chladná	Z7	GAMČABA	54	9	9	9	9	9	8	**108**
	Ondrej Králik	Z7	GAlejKE	54	9	9	9	8	9	9	**108**
3. - 4.	Eva Krajčiová	Z6	GAlejKE	54	8	9	9	9	9	8	**107**
	Richard Vodička	Z7	GAlejKE	54	9	9	9	8	9	7	**107**
5.	Samuel Osuský	Z8	ZDrJDMA	54	2	9	9	9	9	8	**106**
6.	Michal Židzik	Z9	ZJŠveHE	54	9	9	9	7	9	8	**105**
7. - 8.	Katarína Farbulová	Z7	GAlejKE	51	8	9	9	9	-	8	**103**
	Sara Gašparová	Z9	GABerSC	51	9	9	9	7	9	9	**103**
9. - 10.	Štefan Vašak	Z9	ZKe30KE	50	9	9	9	9	9	6	**101**
	Maxima Bednárčíková	Z7	GAlejKE	49	9	8	9	-	9	8	**101**
11.	Terézia Stanová	Z8	EGJAKKE	54	9	9	9	-	6	7	**100**
12.	Michal Iľkovič	Z7	ZBPPGPO	54	7	9	9	-	7	4	**99**
13.	Ľubomír Vargovčík	Z9	ZKe30KE	47	9	8	9	9	9	7	**98**
14. - 15.	Martin Šmilňák	Z8	GAlejKE	43	9	9	9	9	9	6	**97**
	Martin Kopčány	Z9	GJChaBR	51	9	5	9	5	9	9	**97**
16.	Karin Eštoková	Z9	GMRŠKE	51	7	9	9	7	4	9	**96**
17.	Matej Šoltés	Z8	GTrebKE	46	7	9	9	8	9	6	**95**
18.	Tomáš Gaja	Z8	ZKro4KE	50	9	9	9	3	4	9	**94**
19.	Veronika Chovancová	Z9	PiarGTN	54	6	9	6	6	6	6	**93**
20.	Veronika Vodičková	Z7	GAlejKE	37	9	9	9	8	9	8	**90**
21. - 22.	Marek Horváth	Z7	GKonšPO	47	-	9	9	9	6	-	**89**
	Eduard Fedorčuk	Z8	EGJAKKE	47	9	9	-	5	9	5	**89**
23.	Oskar Hritz	Z9	ZPoliKE	45	2	9	8	3	9	9	**85**
24.	Adela Horváthová	Z8	ZDnepKE	39	9	9	9	4	6	6	**84**
25. - 27.	Lukáš Jacko	Z7	ZKro4KE	48	2	8	9	3	-	3	**82**
	Martin Dudjak	Z7	SMládPP	38	0	9	9	1	9	7	**82**
	Miriam Horváthová	Z9	ZKomeMI	42	6	1	9	8	9	7	**82**
28.	Tomáš Kubrický	Z7	ZKro4KE	45	9	9	-	9	-	-	**81**
29.	Branislav Ječim	Z8	ZOKožSN	36	8	7	5	4	9	8	**78**
30.	Erik Jochman	Z8	GAlejKE	46	-	8	9	5	9	-	**77**
31.	Bianka Gurská	Z8	GAlejKE	52	1	9	-	4	3	6	**76**
32.	Karol Jakubčák	Z9	ZKro4KE	36	-	9	9	7	6	8	**75**
33.	Paulína Tkáčová	Z7	ZLevoSN	44	3	9	5	1	1	3	**74**
34.	Patrik Barnišin	Z7	ZBPPGPO	25	9	9	9	6	-	4	**71**
35.	Alex Fabrici	Z7	ZPAngKE	33	2	9	-	-	9	8	**70**
36.	Ľubomíra Šenitková	Z7	GLipany	32	2	7	9	2	3	3	**65**
37.	Matej Kundrík	Z8	ZKro4KE	26	6	9	9	2	7	-	**61**
38. - 39.	Richard Gerboc	Z9	ZJŠveHE	27	1	9	9	4	2	8	**60**
	Patrik Sremaňák	Z9	ZKro4KE	27	9	9	9	-	-	6	**60**
40.	Natália Poliačiková	Z7	ZKro4KE	29	-	8	9	-	-	1	**56**
41.	Barbora Baltovičová	Z8	GAlejKE	54	-	-	-	-	-	-	**54**
42.	Ján Brajerčík	Z8	ZŠmerPO	21	9	9	1	3	3	4	**52**
43. - 44.	Viktória Števková	Z8	ZMRŠHLC	33	3	4	8	-	-	2	**50**
	Patrícia Gondášová	Z8	ZMRŠHLC	37	3	4	4	-	-	2	**50**
45. - 46.	Jakub Kulka	Z9	GMRŠKE	31	-	9	-	1	-	-	**41**
	Matúš Libák	Z7	GAlejKE	41	-	-	-	-	-	-	**41**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
47.	Viliam Karol Kubičár	Z7	ZOKožSN	22	2	7	-	2	-	0	**40**
48. - 49.	Matúš Mandzák	Z8	ZKro4KE	17	-	9	9	-	-	-	**35**
	Olívia Jánošíková	Z8	ZKro4KE	28	1	0	1	3	2	-	**35**
50.	Matúš Chovančák	Z7	ZKro4KE	18	-	8	-	-	-	-	**34**
51.	Boris Pasterňak	Z8	ZKro4KE	15	-	9	9	-	-	-	**33**
52. - 53.	Matej Vojtaník	Z7	ZKro4KE	32	-	-	-	-	-	-	**32**
	Peter Varga	Z7	ZKro4KE	16	-	8	-	-	-	-	**32**
54.	Pavol, Alexander Komloš	Z8	ZKro4KE	10	-	9	9	-	-	-	**28**
55.	Samuel Čurma	Z9	ZJŠveHE	27	-	-	-	-	-	-	**27**
56. - 57.	Miroslav Chodúr	Z8	ZMRŠHLC	12	3	7	-	-	-	4	**26**
	Martin Šedovič	Z7	ZKro4KE	26	-	-	-	-	-	-	**26**
58. - 59.	Daniel Miščík	Z7	ZKro4KE	18	0	1	3	-	-	-	**25**
	Leo Oros	Z7	GAlejKE	0	6	7	3	2	-	-	**25**
60.	Eva Hricová	Z8	ZMRŠHLC	11	-	8	-	-	-	4	**23**
61.	Kalista Semancová	Z7	ZSNP1HE	16	0	0	1	2	1	0	**22**
62. - 63.	Henrietta Antožy	Z7	ZKro4KE	20	-	-	-	-	-	0	**20**
	Vladimir Slanina	Z7	ZKro4KE	20	-	-	-	-	-	-	**20**
64. - 65.	Lucia Zajacová	Z9	ZOKožSN	8	-	9	-	2	-	-	**19**
	Ema Lola Škombárová	Z7	ZKro4KE	16	-	1	-	1	-	-	**19**
66.	Nina Pacholská	Z7	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
67.	Alena Zavodníková	Z8	ZKro4KE	8	-	9	-	-	-	-	**17**
68.	Filip Olej	Z7	ZKro4KE	16	-	-	-	-	-	-	**16**
69.	Filip Sabovčík	Z7	ZOKožSN	13	-	1	-	-	-	0	**15**
70.	Tomáš Vysoký	Z8	ZKro4KE	8	0	5	-	-	-	-	**13**
71. - 73.	Šimon Kirňák	Z8	ZOKožSN	11	-	-	-	-	-	-	**11**
	Timotej Jakubov	Z9	ZJŠveHE	11	-	-	-	-	-	-	**11**
	Tereza Kostiviarová	Z8	ZTSNPBB	0	0	9	-	2	-	-	**11**
74. - 75.	Barbara Birošová	Z9	ZOKožSN	0	1	-	-	-	9	-	**10**
	Filip Fetyko	Z7	ZKro4KE	10	0	-	-	-	-	-	**10**
76. - 77.	Petra Chomová	Z8	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	-	**9**
	Juliána Dovalová	Z9	ZOKožSN	0	-	5	-	3	1	-	**9**
78.	Tomáš Hamrák	Z9	ZOKožSN	3	1	-	-	2	2	-	**8**
79.	Ján Leibiczer	Z8	ZOKožSN	7	-	-	-	-	-	-	**7**
80. - 81.	Samuel Torhány	Z7	GAlejKE	3	-	1	-	-	-	-	**5**
	Tomáš Jakubec	Z7	ZOKožSN	3	0	1	-	-	-	0	**5**
82.	Tereza Pažinová	Z8	ZKro4KE	2	1	1	-	-	-	-	**4**
83.	Oliver Hošík	Z8	ZOKožSN	2	-	1	-	-	-	-	**3**
84. - 89.	Jakub Imrich	Z7	ZKro4KE	2	0	0	-	-	-	-	**2**
	Michal Dvořáček	Z8	ZKro4KE	2	0	0	-	-	-	-	**2**
	Maximiliána Ferencová	Z7	ZOKožSN	0	-	1	-	-	-	0	**2**
	Ivonne Hančikovská	Z8	ZKro4KE	1	0	1	-	-	-	-	**2**
	Eduard Lehocký	Z7	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Viktor Barbuščák	Z8	ZOKožSN	1	0	-	-	1	-	-	**2**
90.	Samuel Širilla	Z9	ZOKožSN	1	-	-	-	-	-	-	**1**
91. - 97.	Tomáš Vitko	Z7	ZOKožSN	0	-	0	-	-	-	0	**0**
	Peter Breja	Z6	ZŠKraPO	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Zuzana Benešová	Z7	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	0	**0**
	Viktor Ružinský	Z7	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Michal Kaško	Z7	ZKro4KE	0	0	-	0	-	0	0	**0**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Lenka Palušáková	Z7	ZOKožSN	0	0	0	-	-	-	-	**0**
	Tomáš Hasaj	Z8	ZOKožSN	0	-	0	0	-	-	-	**0**



Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2019 • Letný semester 32. ročníka

Internet: `matik.strom.sk`

E-mail: `matik@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk