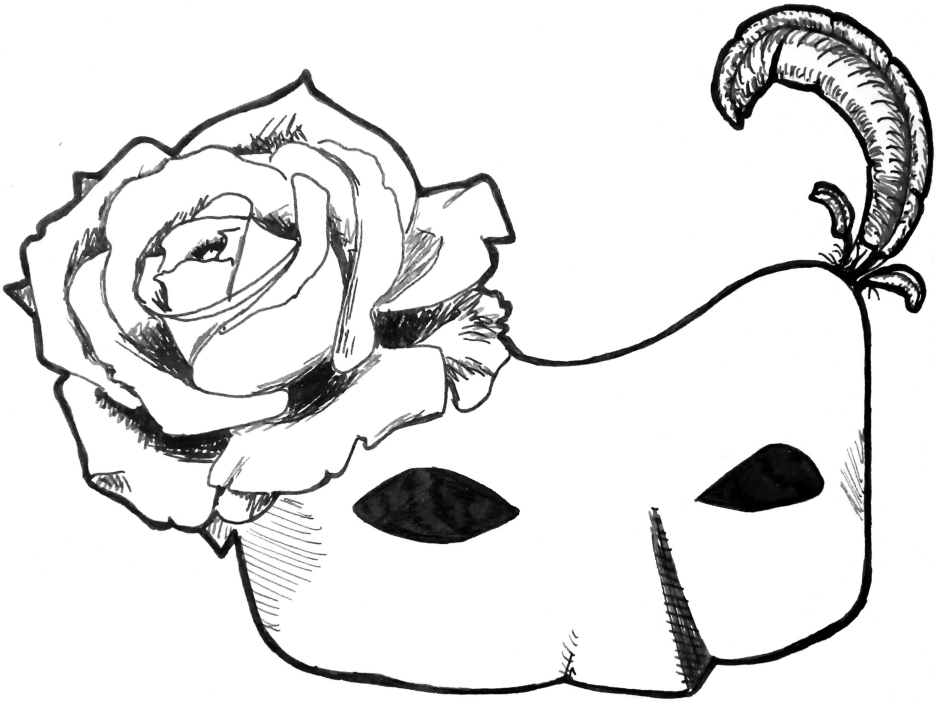


KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 4 – ROČNÍK 34

matik.strom.sk



Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis *MATEMATIKA*! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si siedmak, ôsmak alebo deviatak, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

vedúci *MATEMATIKA*

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na info@strom.sk.

Ďakujeme!

Pravidlá súťaže

Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviateho ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimného aj letného semestra dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojím profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš vzorové riešenia a poradie, dostaneš do školy alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia na základe poradia po oboch sériách daného semestra.

Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie (itakademia.sk). Pred tým, ako odošleš prvé riešenia, je potrebné, aby si sa na túto aktivitu v portáli IT akadémie prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak konto na portáli registracia.itakademia.sk už máš. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli. Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára, a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné. To znamená, že ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bez akéhokoľvek poplatku. Pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učitelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na sutaze@itakademia.sk.

Prihlásenie

Prihlásenie do seminára prebieha online na našej webovej stránke matik.strom.sk. Ak si novým riešiteľom alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile. Tieto údaje nám slúžia na to, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny...), v prípade pozývania

na sústreďenie, a tiež na to, aby sme ňa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálneho semestra seminára. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich poslal elektronicky.

Prihláška (vyplnenie profilu) je povinná pre všetkých riešiteľov.

Bodovanie

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

- **deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

V prípade, že nie si spokojný/á s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať mailom na adresu matik@strom.sk sťažnosť a tá bude prešetrená.

Príklad

Traja bratia – deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel – vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne:

- **do 24 hodín:** 2/3 bodov zaokrúhlených nahor
- **viac ako 24 hodín a do štyroch dní:** 1/2 bodov zaokrúhlených nahor
- **viac ako štyri dni:** riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlíšujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime

nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke matik.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade technických problémov na našej strane posielajte riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predmetom *MATIK* vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20:00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený. (Pozor na to, že maximálna veľkosť mailu je 10MB.)

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu matik@strom.sk.

Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **29. marca 2021**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.

Úloha 1

Chulio a Vincenzo sú známi svojou záletnou povahou. Aby sa ich ženy o ničom od nikoho nedozvedeli, v niektoré dni každému klamú, zatiaľ čo zvyšné dni vravia pravdu. Chulio klame vždy len v stredu, sobotu a nedeľu a Vincenzo hovorí pravdu len v stredu, štvrtok a sobotu. Keď sa stretli v predsieni Palazzo di Arcobaleno, prebehol tento rozhovor:

- Chulio: *Buongiorno! Včera som klamal!*
- Vincenzo: *Ciao! Aj ja!*

Viete jednoznačne určiť, v ktorý deň prebehol tento rozhovor? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Úloha 2

Francesca dostala od Vincenza na výročie amulet s tromi tajnými prepážkami. Amulet má tvar trojuholníka ABC . Označme stredy strán CB a CA písmenami K a L . Prepážka s jedom pripraveným pre Biancu tvaru štvoruholníka $ABKL$ má obvod 10 cm a prepážka s fotkou Chulia tvaru trojuholníka KLC má obvod 6 cm. Aká je dĺžka tretej tajnej prepážky tvaru úsečky KL ?

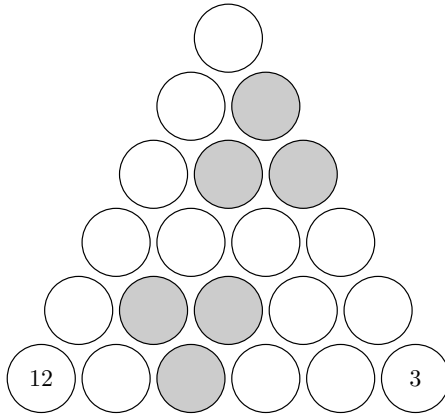
Úloha 3

Záhrada Palazzo di Arcobaleno je rozdelená na deväť záhonov oddelených chodníkmi a usporiadaných do štvorca 3×3 . Niektoré záhony sú uzavreté pre verejnosť (zaznačené na plániku sivou farbou). Do každého záhonu v plániku sme vpísali číslo označujúce počet uzavretých záhonov (sivých políčok), s ktorými daný záhon susedí, či už chodníčkom alebo rohom. Na obrázku vidíte príklad, ako môže vyzerat plánik, v ktorom je súčet čísel v záhonoch 16. Zistite, koľko existuje rôznych možností, ako uzavrieť záhony, aby sme na plániku mali súčet čísel 17 (pričom uzavretia záhonov, ktoré vznikli otočením jedného uzavretia, rátame za tie isté).

2	1	2
3	2	2
1	2	1

Úloha 4

Obrus, do ktorého Francesca vyšíva, má tvar trojuholníka zloženého z kruhov ako na obrázku. Francesca chce vyšit do každého kruhu toľko kvietkov, aby bol počet kvietkov v každej trojici kruhov, ktoré tvoria malý trojuholník (na obrázku vidíte vyfarbené príklady dvoch takých trojuholníkov) deliteľný piatimi. Do kruhov v dolných rohoch jej však ráno od zlosti Bianca vyšila 12 kvietkov a 3 kvietky. Aké rôzne počty kvietkov môže Francesca vyšit do najvrchnejšieho kruhu? Nájdiť všetky možnosti.



Úloha 5

Biancina mama Zita je už stará a potrebuje sa každé ráno prejsť do Parco Innamorato. Jej bežná trasa má tvar trojuholníka ABC , v ktorom uhol CAB je dvakrát väčší ako uhol ABC a zároveň uhol ABC je menší ako 45 stupňov. Os uhla CAB pretína stranu BC v bode D . Bod E leží na priamke AD , ale mimo trojuholníka ABC tak, že veľkosť uhla BEA je 90 stupňov. Keď predĺžime úsečky AC a BE na priamky, tak sa pretnú v bode P . Koľkokrát väčší je uhol BDP ako uhol ABC ?

Úloha 6

Chulio a Vincenzo sa pohádali a rozhodli sa svoj spor vyriešiť súbojom myslí. Hrajú teda hru, kde od mamy Zity dostanú obrázok s $n \geq 3$ bodmi a k úsečkami s koncovými bodmi v týchto bodoch. Najprv Chulio vyberie dva z týchto bodov a označí ich A a B a položí kamienok na bod A . Potom hru začína ťahom Vincenzo – jeho ťah vyzerá tak, že posunie kameň po nejakej úsečke do jej druhého koncového bodu. Nasleduje Chuliov ťah – zmaže jednu z úsečiek z obrázka. V týchto ťahoch sa postupne striedajú. Ak sa kamienok po nejakom počte ťahov presunie do bodu B , tak vyhrá Vincenzo a naopak vyhrá Chulio. Pri zadanej hodnote n , aké je najväčšie možné k také, že Chulio vie vždy vyhrať?

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 3. mája 2021

Úloha 1

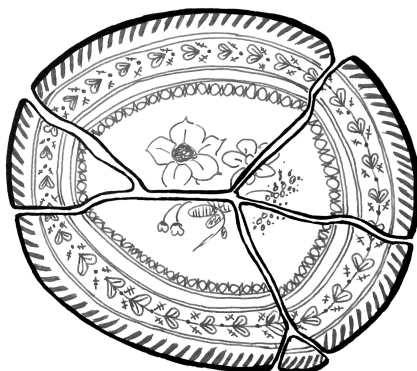
Prednedávnom si ešte traja bratia Chulio, Vincenzo a Giovanni Tortelliniovci rozdeľovali rodinné peniaze v pomere 4 : 5 : 6, najmenej dostával mladý Chulio a najviac najstarší Giovanni. Po tom, ako Giovanniho našli mŕtveho vo vlastnej komnate, Chulio navrhol, že si Giovanniho časť rozdelia s Vincenzom na polovice. Vincenzo však trval na tom, aby si aj túto časť rozdelili nerovnomerne ako zvyčajne, teda v pomere 4 : 5. Vincenzo by totiž podľa Chuliovho návrhu dostal o 4000 lýt menej ako podľa svojho. Koľko peňazí má dokopy rodina Tortelliniovcov?

Úloha 2

Na maškarné bály v Palazzo di Arcobaleno je každý rok pozvaných 21 hostí. Na posledných dvoch bálach sa zakaždým rozdelili do troch sál po sedem hostí. Ukážte, že niektorí traja hostia boli na oboch bálach spolu v jednej sále.

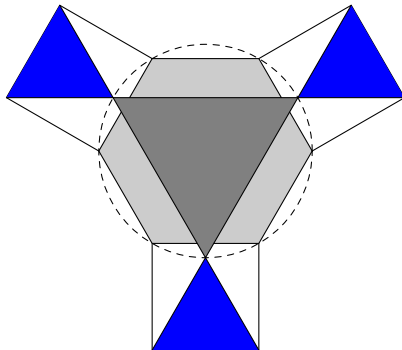
Úloha 3

Bianca prišla na to, že ju Vincenzo podvádza a tak sa s ním pohádala, že lietali taniere. Konkrétne lietal jeden tanier tvaru 101-uholníka. Najprv hodila tanier o zem Bianca a tým ho rozdelila pozdĺž ľubovoľnej uhlopriečky (Bianca aj Vincenzo vedia vždy hodiť tanier tak, aby sa rozdelil pozdĺž nimi zvolenej uhlopriečky) na dva mnohouholníky. Následne Vincenzo zobrať zo zeme jeden z črepov tvaru mnohouholníka a znova ho hodom o zem roztrieštil na dva mnohouholníkové črepy pozdĺž ním zvolenej uhlopriečky. Takto striedavo hádžu črepy o zem, pričom hádku prehrá ten, kto už nemôže rozbiť žiaden črep. Kto z nich má vyhrávajúcu stratégiu a akú? Svoju odpoveď zdôvodnite.



Úloha 4

Na obrázku vidíte plán Palazzo di Arcobaleno zložený z pravidelných mnohoúhelníkov. Sála na prízemí tvaru šesťuholníka a jedáleň na prvom poschodí tvaru tmavosivého trojuholníka sú vpísané do tej istej kružnice. Každá z troch rovnakých komnát tvaru modrého trojuholníka má obsah 17. Určte obsah jedálne.



Úloha 5

Pali si do zošita na nočnom stolíku po každej epizóde zapisuje, koľkokrát už Francesca podviedla Chulia. Prvé dve čísla, ktoré napísal sú 1 a 1. Každé nasledujúce číslo, ktoré si zapísal, bolo súčinom predchádzajúcich dvoch zvýšeným o 1. To znamená, že číslo, čo si napísal po tretej epizóde je $1 \cdot 1 + 1 = 2$. Ukážte, že číslo, čo si napísal po 2020-tej epizóde, nie je deliteľné číslom 4.

Úloha 6

Vo finále 23tej série sa Vincenzo dozvedá, že Bianca ho podviedla a rozhodol sa zavraždiť ju, rovnako ako posla tejto správy – Chulia. Naháňajú sa teda po obvode kruhovej sály, pričom Vincenzo obehne celú sálu za 360 sekúnd. Bianca beží dvakrát rýchlejšie ako Vincenzo a Chulio beží trikrát rýchlejšie ako Vincenzo. Začínajú z rovnakého miesta a behajú, pokiaľ sa znovu všetci traja nestretnú na tom istom mieste. Akú dlhú dobu dokopy za tento čas bol trojuholník Vincenzo-Bianca-Chulio ostrouhlý?

Autori úloh: Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Palovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišinová, Tímea Szöllősová



- Názov:** *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • Január 2021 • Letný semester 34. ročníka
- Internet:** matik.strom.sk
- E-mail:** matik@strom.sk
- Riešenia:** Prijímame poštou, na webe a v prípade poruchy na riesenia@strom.sk
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.