Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 6 – Ročník 35 matik.strom.sk

Ahoj!

Je tu ďalší časopis *MATIK*a, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústredenia v obklopení skvelými účastníkmi a vedúcimi. Ak sa Ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s Tebou uvidíme!

vedúci *MATIK*a

Ako bude

2% z daní

Aj tento rok je možné venovať 2% (v niektorých prípadoch dokonca až 3%) daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my.
Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.
Ďakujeme!

Tábor mladých matematikov

V termíne od 12. do 19. augusta 2022 sa udeje ten najlepší tábor tohoto roka – Tábor mladých matematikov! Bude sa konať na Chate Radzim pri obci Vyšná Slaná. Všetky podrobné informácie nájdete v pozvánke na `seminar.strom.sk/media/uploads/pozvankaucastniktmm2022.pdf`.
Pýtate sa, čo je Tábor mladých matematikov? Je to tábor určený pre budúcich siedmakov základných škôl až pre budúcich druhákov stredných škôl (a, samozrejme, prislúchajúce ročníky viacročných gymnázií). Program tábora pripomína obľúbené sústredenia, je však o dva dni dlhší, a preto o dva dni lepší!
Neváhajte pridlho, kapacita tábora je obmedzená. Tešíme sa na vás!

Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1 opravovali: **Katka Farbulová** a **Michal Masrna**

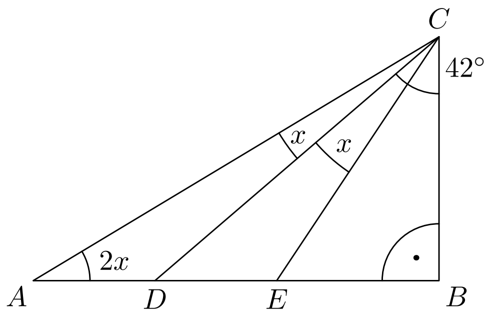
najkrajšie riešenia: Oliver Seman a Janka Urbánová

27 riešení

Zadanie

Na mape sú mestá A, B, C, D a E. Dorot sa chce zorientovať pomocou tejto mapy, a preto chce nájsť veľkosť uhla BAC, ak vie že priamka CD rozdeľuje uhol ACE na polovicu, $|AE| = |EC|$, veľkosť uhla DCB je 42 stupňov a uhol pri vrchole B je pravý.

Riešenie



Vieme, že priamka CD rozdeľuje uhol ACE na polovicu, takže si môžeme uhly DCA a ECD označiť ako x. Keďže $|AE| = |EC|$, tak trojuholník AEC je rovnoramenný. Takže veľkosti uhlov CAE (respektíve CAB) a ECA budú rovnaké, a to $2x$. Vieme, že súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180°, takže súčet uhlov v trojuholníku ABC bude:

$$\begin{aligned}
180^\circ &= |\sphericalangle ABC| + |\sphericalangle BCA| + |\sphericalangle CAB| \\
180^\circ &= 90^\circ + (|\sphericalangle BCD| + |\sphericalangle DCA|) + 2x \\
180^\circ &= 90^\circ + (42^\circ + x) + 2x \\
180^\circ &= 132^\circ + 3x \\
48^\circ &= 3x \\
16^\circ &= x
\end{aligned}$$

Tým pádom hľadaná veľkosť uhla BAC je $2x = 32^\circ$.

Komentár

Veľmi nás teší, že ste takmer všetci vyriešili úlohu úplne správne :)
Dostali sme veľa pekných riešení, ťažko sa vyberali iba dve najkrajšie.
Radi by sme upozornili na to, že snažiť sa obrázok z úlohy narysovať a výsledok odmerať môže byť síce nápomocné, ale ako kompletné riešenie to nestačí. Tento postup teda v tejto (a ani iných geometrických úlohách) nemôže byť ohodnotený veľkým počtom bodov.

2 opravovala: **Kristín Mišlanová**

najkrajšie riešenie: Eva Krajčiová

22 riešení

Zadanie

Na túre boli štyri dievčatá Kel, Lujza, Maxi a Naťa a dvaja chlapci Dano a Erik. Počas túry si vymenili vaky tak, že každý mal po výmene (ale aj pred ňou) práve jeden vak. Boli povedané nasledujúce pravdivé výroky:

- Kel: „Môj vak má Dano“,
- Lujza: „Môj vak má ten, koho vak má Erik“,
- Maxi: „Môj vak má ten, koho vak má ten, koho vak má Erik“,
- Naťa: „Môj vak má ten, koho vak má ten, koho vak má ten, koho vak mám ja“.

Kto môže mať koho vak? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že iné neexistujú.

Riešenie

Keď sa pozrieme na výrok, ktorý povedala Kel, tak si ho vieme prepísať:

$$\text{Dano} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Kel}$$

Teraz spojením výrokov, ktoré povedali Lujza a Maxi dostaneme nasledujúcu postupnosť:

$$\text{Erik} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{človek } X \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Lujza} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Maxi}$$

Poďme si teraz rozobrať kto by mohol byť náš neznámy človek X, pričom budeme myslieť na to, že každý človek mal na konci práve jeden vak:

- **Dano to byť nemôže**, keďže má vak Kel a nie Lujzy
- **Kel to byť nemôže**, keďže jej vak má Dano a nie Erik
- **Maxi to byť nemôže**, keďže jej vak už má Lujza a nie Erik
- **Lujza to byť nemôže**, keďže by potom mala mať svoj aj Maxin vak
- **Erik to byť nemôže**, keďže by potom mal mať svoj aj Lujzin vak
- Ostáva nám iba možnosť, **že to bude Naťa**

Pozrieme sa teraz na výrok Nati. Vieme, že jej vak má Erik. Zároveň vieme, že Naťa má vak Lujzy, a že Lujza má vak Maxi. Takže veta: „Môj vak má ten, koho vak má ten, koho vak má ten, koho vak mám ja“ vlastne hovorí, že Maxi musí mať Erikov vak:

$$\text{Erik} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Naťa} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Lujza} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Maxi} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Erik}$$

V tejto chvíli posledný človek, ktorý ešte nemá priradený vak je Kel a jediný vak, ktorý ostal je Danov. Takže bude platiť:

$$\text{Dano} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Kel} \xrightarrow[\text{ktorý vlastní}]{\text{má vak,}} \text{Dano}$$

Na záver si môžeme ešte raz overiť, že pre toto rozdelenie platia všetky výroky. Našli sme teda jedinú možnosť ako mohli mať vaky vymenené.

Komentár

K samotnému riešeniu úlohy sa dopracoval každý jeden z vás (: Ak som niekomu musela strhnúť pár bodov, tak to bolo za to, že ste niektorý z vašich krokov nevysvetlili poriadne. Najčastejšie sa stalo to, že ste predpokladali, že nikomu nemôže ostať po výmene jeho vlastný vak. To však zo zadania neplynie, vieme len, že každý mal na konci práve jeden vak. Takže dávajte si pozor na to, aby ste si takto nedomýšľali niečo čo v zadaní nie je.

3 opravovali: **Lujza Milotová** a **Martin „Iskra“ Dudjak**

najkrajšie riešenie: Heidi Hritz

25 riešení

Zadanie

Juro sa chcel ísť pozrieť na vrch vyhliadkovej veže, ktorá má 1000 poschodí. Povedal si, že zvládne vyšliapať najviac prvých 200 poschodí (prízemie berieme ako nulté poschodie). Zvyšok cesty chce ísť výťahom. Výťah má tlačidlá +1 poschodie, +3 poschodia, +9 poschodí, +27 poschodí, +81 poschodí, **pričom Juro sa chce dostať na vrch veže na čo najmenší počet stlačení tlačidiel**. Koľko najviac stlačení Juro bude potrebovať na to, aby výťah dostal na 1000. poschodie potom, čo doň na niektorom poschodí nastúpi?

Riešenie

Keď Juro nastúpi do výťahu, tak vieme, že bude tlačidlá stláčať ideálne - čiže tak, aby sa dostal na 1000. poschodie na čo najmenej stlačení (napr. ak by nastúpil na 190-tom poschodí, tak stlačí 10-krát tlačidlo +81 namiesto toho, aby stláčal viackrát menšie tlačidlá). Nevieme však, na ktorom z prvých 200 poschodí do výťahu nastúpi. Našou úlohou bude nájsť také poschodie, že keď na ňom do výťahu nastúpi, tak musí stlačiť najviac tlačidiel (pričom to robí najlepšie ako môže).

Takže poďme sa pozrieť v akom prípade stlačí najviac tlačidiel. Bude to vtedy, keď Juro stlačí tlačidlá $+1, +3, +9, +27$ každé práve dvakrát. Ak by jedno z tlačidiel mal stlačiť trikrát, stlačil by miesto neho tlačidlo s väčšou hodnotou (namiesto trikrát +1 by stlačil +3, namiesto trikrát +3 by stlačil +9,...), keďže vždy stláča tlačidlá ideálne. Takto vyjde dokopy o $2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 27 = 80$ poschodí.

Ostalo mu teda 920 (=1000-80) poschodí, ktoré prejde stláčaním tlačidla +81 a pešo. $920/81 = 11$ zv. 29, čiže Juro môže stlačiť až 11-krát tlačidlo +81 a ostane mu ešte 29 poschodí.

Ak by teda Juro vyšiel pešo na 29. poschodie a tam nastúpil do výťahu, tak by potreboval najviac stlačení na to, aby sa dostal na 1000. poschodie, a to 2+2+2+2+11=19 (stlačí 11-krát +81, 2-krát +27, +9, +3, +1).

Komentár

Bohužiaľ mnohí z vás úlohu zle pochopili a počítali, koľko treba Jurovi najmenej stlačení na vrch veže z nejakého konkrétneho poschodia, z ktorého je to najvýhodnejšie (napríklad, že zo 190. poschodia sa Juro dostane až na 1000. poschodie, keď stlačí tlačidlo +81 desaťkrát). Nakoniec sa vám chceme ospravedlniť za nie úplne zrozumiteľné zadanie, ktoré bolo omylom naformulované tak, že ste si ho mohli vyložiť rôzne. Veľmi nás ale teší, že mnohí z vás úlohu napriek tomu dokázali vyriešiť na plný počet bodov. :)

4

opravovali: **Bianka Gurská** a **Matúš Masrna**

najkrajšie riešenie: Alena Bálintová

21 riešení

Zadanie

Paťo si nesie na túre cukríky v dvoch balíčkoch. V prvom je ich m a v druhom n, pričom m a n sú kladné celé čísla. Paťo vie buď zobrať z oboch balíčkov rovnaký počet cukríkov a zjesť ich, alebo vie zdvojnásobiť počet cukríkov v ľubovoľnom z balíčkov. Pre aké hodnoty m a n vie Paťo po konečnom počte krokov vyprázdniť oba balíčky s cukríkmi? A čo v prípade, že by nemohol počet cukríkov zdvojnásobovať, ale mohol by ich strojnásobovať?

Riešenie

Ak je v balíčkoch rovnaký počet cukríkov, vieme jednoducho jedným krokom z oboch zjesť všetky cukríky. Ak je v nich rôzny počet cukríkov, začneme tým, že z oboch balíčkov zjeme toľko cukríkov, aby v tom, v ktorom ich na začiatku bolo menej, ostal 1 cukrík. Potom zdvojnásobíme počet cukríkov v balíčku s 1 cukríkom, teda v ňom budú 2. Vďaka tomuto kroku budeme môcť následne odčítať jeden cukrík z oboch balíčkov. Tieto dva kroky budeme opakovať, dokým nebude v oboch balíčkoch po 1 cukríku. Potom už stačí zjesť z oboch balíčkov posledný cukrík. Týmto spôsobom vie Paťo vyprázdniť oba balíčky s cukríkmi pre akékoľvek hodnoty m a n.

Ak by sme cukríky strojnásobovali, najprv by sme si museli uvedomiť, že počet cukríkov v oboch balíčkoch musí mať rovnakú paritu. Ak by jeden počet bolo nepárne číslo a druhé párne, nikdy by sme nevedeli dosiahnuť, aby v oboch balíčkoch bol počet cukríkov s rovnakou paritou, a teda ani rovnaký počet. Pretože keď zoberieme rovnaký počet cukríkov z oboch balíčkov, buď zmeníme paritu v oboch balíčkoch, alebo ani v jednom. A keď strojnásobíme počet cukríkov v balíčku, nezmení to jeho paritu.

Ak by počty cukríkov v oboch balíčkoch mali rovnakú paritu, postup by bol podobný ako v prvom prípade. Tiež by sme zjedli najprv toľko cukríkov, aby v menšom z balíčkov ostal 1 cukrík. Ten by sme potom strojnásobili a následne zjedli po 2 cukríky z oboch balíčkov. Keď by bolo v oboch balíčkoch po 1 cukríku zjedli by sme ich a tým by sme vyprázdnili oba balíčky.

Komentár

Veľká väčšina riešení si vyslúžila 9 bodov, čo nás veľmi teší. Keď sme nejaké body museli strhávať, boli to najmä "lacno"stratené body, pretože sa viacerým z vás stalo, že si neuvedomili, že prípad so strojnásobovaním je predsa iný.
Niekto síce povedal, že záleží na parite, ale nevysvetlil, niekto tvrdil, že je to jednoducho ten istý prípad a niekto na túto časť úlohy úplne zabudol. Tým z vás, ktorých sa to týka, teda radíme, aby nabudúce keď bude mať úloha viac rôznych častí, dotiahli všetky z nich do úplnosti aj s vysvetlením.
Okrem toho sa chyby objavovali aj pri tých, ktorí na úlohu išli nejakým spôsobom cez zápis pomocou mocnín dvojky. Dúfame, že vzorové riešenie vám predstavilo jednoduchý spôsob riešenia úlohy.

5 opravoval: **Ján Richnavský**

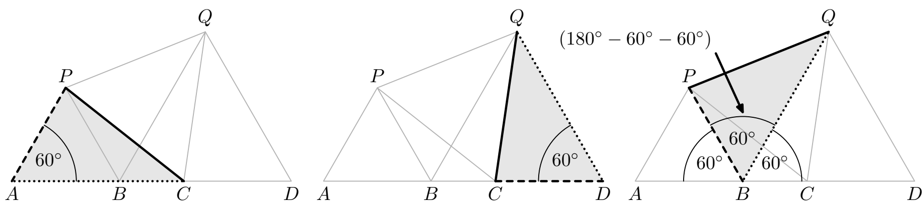
najkrajšie riešenie: Žofia Bartová

26 riešení

Zadanie

Na stôl v altánku Jano nakreslil priamku a na nej vyznačil **v tomto poradí** body A, B, C a D tak, že $|AB| = |CD|$. Nad priamku potom dvakrát pichol nožíkom. Vzniknuté body označil P a Q. Platí, že trojuholníky ABP a BDQ sú rovnostranné. Dokážte, že trojuholník CPQ je rovnostranný.

Riešenie



Trojuholníky ΔPAC, ΔCDQ a ΔPBQ sú zhodné podľa vety *sus*, pretože:

- $|PA| = |CD| = |PB| \rightarrow$ keďže ΔABP je rovnostranný a zo zadania platí $|AB| = |CD|$, z toho plynie $|AB| = |BP| = |PA| = |CD|$,
- $|\sphericalangle PAC| = |\sphericalangle CDQ| = |\sphericalangle PBQ| \rightarrow$ uhly $\sphericalangle PAC$ a $\sphericalangle CDQ$ sú vnútornými uhlami rovnostranného trojuholníka, preto je ich veľkosť $60°$, podobne aj $\sphericalangle ABP$ a $\sphericalangle QBD$, a keď ich od priameho uhla $|\sphericalangle ABD| = 180°$ odpočítame, dostaneme $|\sphericalangle PBQ| = |\sphericalangle ABD| - |\sphericalangle ABP| - |\sphericalangle QBD| = 180° - 60° - 60° = 60°$,
- $|AC| = |DQ| = |BQ| \rightarrow$ keďže ΔBDQ je rovnostranný, platí $|BD| = |DQ| = |QB|$, a keďže platí $|AB| = |CD|$, bude platiť aj $|AB| + |BC| = |CD| + |BC|$, resp. $|AC| = |BD|$, z čoho plynie $|BD| = |DQ| = |QB| = |AC|$.

Keďže sme dokázali, že ΔPAC, ΔCDQ a ΔPBQ sú zhodné, platí, že dvojice navzájom prislúchajúcich si strán majú rovnakú veľkosť, preto platí $|CP| = |QC| = |PC|$. Vidíme teda, že všetky tri strany ΔPCQ majú rovnakú veľkosť, a preto je ΔPCQ určite rovnostranný.

Komentár

Úloha, ktorá takmer nikomu, kto pozná a vie využiť zhodnosť trojuholníkov, nespôsobila veľké problémy. Riešenia sa od seba často líšili v postupe, no využitie zhodnosti mali spoločné (až na výnimky, kde riešitelia nevyužili zhodnosť trojuholníkov, ale Pytagorovu vetu – keďže takto postupovali iba dvaja riešitelia a je to mierne komplikovaný postup, neuvádzal som ho vo vzorových riešeniach).
Miestami som sa stretol s neúplným dokončením vysvetlenia, prečo sú trojuholníky zhodné, alebo riešitelia občas nevysvetlili, prečo $|\sphericalangle PCQ| = 60°$. Pravidelnou, ale len kozmetickou chybou bolo nesprávne označovanie trojuholníkov pri zhodnosti – majte na pamäti, že trojuholníky treba pri zhodnosti pomenúvať vždy v správnom poradí vrcholov (za to som samozrejme body nestrhával).

6 opravovali: **Martin Masrna** a **Erik Jochman**

najkrajšie riešenie: Janka Urbánová

15 riešení

Zadanie

V Košiciach sú tri turistické kluby, z ktorých má každý 2021 členov. Zároveň platí, že nikto nie je členom viacerých turistických klubov. Tiež vieme, že každý turista má medzi turistami z iných klubov dokopy aspoň 2022 kamarátov. Dokážte, že existuje trojica turistov z rôznych klubov, v rámci ktorej sa priatelí každý s každým.

Riešenie

Keďže každý turista má aspoň 2022 kamarátov, a jeden klub má 2021 členov, každý turista musí mať aspoň jedného kamaráta v oboch zvyšných kluboch. Úlohu ďalej budeme riešiť sporom, a teda budeme predpokladať, že trojica zo zadania neexistuje.

Zoberme si turistu T, ktorý má maximálny počet kamarátov v nejakom inom klube (nejaký turista musí mať maximálny počet). Nech je tento počet x. Bez ujmy na všeobecnosti nech je T z prvého klubu, a nech má x kamarátov z druhého klubu. Už vieme, že musí mať aspoň jedného kamaráta z tretieho klubu - označme ho U.

Ak by sa U kamarátil s ktorýmkoľvek z x kamarátov, ktorých má T v druhom klube, tak by tvorili hľadanú trojicu. Pre spor teda predpokladajme, že sa U nekamaráti so žiadnym z týchto x členov druhého klubu. To ale znamená, že sa kamaráti s najviac $2021 - x$ turistami z druhého klubu. A to znamená, že sa kamaráti s aspoň $2022 - (2021 - x) = x + 1$ turistami z prvého klubu.

To však znamená, že U má viac kamarátov v nejakom inom klube ako T, čím sme došli k sporu - T bol zadefinovaný ako turista s najväčším počtom kamarátov v nejakom inom klube. Dôkaz sporom je teda hotový, preto trojica zo zadania musí vždy existovať.

Komentár

Táto úloha bola jedna z náročnejších, o čom svedčí aj malý počet riešení a ešte menší počet správnych. Pri podobných úlohách je najdôležitejšie si uvedomiť, ako má vyzerať dôkaz. Treba dokázať, že tvrdenie zo zadania platí všeobecne v každom prípade. Veľa z vás bohužiaľ ukázalo iba jeden konkrétny prípad. Aj keď je tento jeden príklad extrémny (to znamená, že počet kamarátov je najmenší/najväčší možný), treba vysvetliť, prečo z toho vyplýva, že tvrdenie bude platiť aj pre všetky ostatné prípady. Veríme, že v budúcnosti sa podobných úloh nezľaknete a že sa s nimi úspešne popasujete.

Konečné poradie letného semestra 35. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1.	Richard Prikler	Z8	GJARMPO	54	9	9	9	9	9	-	**108**
2. - 3.	Eva Krajčiová	Z9	GAlejKE	53	9	9	9	9	9	9	**107**
	Michal Vodička	Z8	GAlejKE	53	9	9	9	9	9	-	**107**
4.	Žofia Bartová	Z7	ZBajkBA	50	9	8	9	9	9	-	**103**
5.	Alenka Bálintová	Z8	CZRZaZA	47	9	8	9	9	9	9	**101**
6. - 7.	Oliver Seman	Z9	GAlejKE	52	9	9	9	9	9	2	**99**
	Janka Urbánová	Z8	GAlejKE	52	9	9	-	2	9	9	**99**
8.	Nina Hudáková	Z7	GAlejKE	48	9	8	9	6	2	0	**91**
9.	Martina Osuská	Z8	ZDrJDMA	49	9	8	0	9	6	1	**88**
10. - 11.	Ľuboš Šesták	Z7	ZVývoBA	48	9	9	0	1	9	-	**85**
	Tomáš Sukeľ	Z9	ZJŠveHE	40	9	9	9	9	9	-	**85**
12.	Natália Tkáčová	Z9	ZLevoSN	38	9	9	9	7	8	0	**80**
13.	Marie Kasalová	Z7	GTruhla	43	9	9	-	-	3	-	**73**
14.	Linda Mičicová	Z9	BGMHSuč	28	9	7	9	9	5	1	**68**
15.	Ondrej Tóth	Z8	GVaršZA	36	9	6	0	9	-	2	**64**
16.	Michal Válek	Z7	ZKro4KE	30	9	-	9	-	-	-	**57**
17.	Jakub Šimon Konrád	Z8	ZKe28KE	20	9	7	0	9	5	1	**56**
18.	Heidi Hritz	Z7	GsvTAKE	0	9	8	9	9	7	-	**51**
19.	Dušan Ivan	Z9	ZKro4KE	31	9	-	0	-	8	1	**49**
20.	Boris Köröš	Z8	GAlejKE	27	9	-	8	-	-	-	**44**
21.	Matej Válek	Z9	ZKro4KE	18	7	-	9	9	-	-	**43**
22. - 23.	Magdaléna Škriabová	Z7	ZKro4KE	41	-	-	-	-	-	-	**41**
	Martin Burger	Z9	EGJTKLM	0	9	9	9	6	6	2	**41**
24.	Oskar Cacara	Z9	ZKro4KE	6	9	-	9	9	7	-	**40**
25.	Tomáš Boledovič	Z9	CZNarBA	22	9	-	-	-	8	-	**39**
26. - 27.	Severín Karabinoš	Z8	GAlejKE	33	-	-	-	-	-	-	**33**
	Lenka Harmanska	Z7	ZKro4KE	27	-	-	0	-	6	-	**33**
28.	Nina Anna Betáková	Z9	ZJŠveHE	19	-	5	2	-	1	0	**27**
29.	Daniel Takáč	Z7	GAlejKE	0	9	4	6	-	-	-	**25**
30.	Sarah Klopstock	Z8	ŠpMNDaG	0	9	9	0	0	2	1	**22**
31.	Hana Hricová	Z7	ZKro4KE	0	9	6	0	-	-	-	**21**
32.	Lukáš Hanes	Z9	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
33.	Miriam Varechová	Z7	ZKro4KE	17	-	-	0	-	-	-	**17**
34.	Martin Azari	Z7	ZKro4KE	15	-	-	-	-	-	-	**15**
35. - 37.	René Ivan	Z7	ZKro4KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Barbora Menšíková	Z7	ZKro4KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Daniela Harmanska	Z7	ZKro4KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
38.	Ján Štiavnický	Z8	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	-	**9**
39.	Gorazd Korečko	Z7	ZKro4KE	7	0	-	-	-	-	1	**8**
40.	Danka Harmanská	Z5	ZKro4KE	0	-	-	0	-	7	-	**7**
41. - 42.	Samuel Šimurda	Z7	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	-	**4**
	Marko Strompf	Z7	ZKro4KE	3	-	-	0	-	1	-	**4**
43. - 44.	Bronislava Hájasová	Z8	ZGbelce	3	-	-	-	-	-	-	**3**
	Richard Orosz	Z7	ZKro4KE	3	-	-	-	-	-	-	**3**
45.	Šimon Varga	Z7	ZKro4KE	1	-	-	0	-	1	-	**2**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
46. - 47.	Tomáš Polomský	Z8	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Jakub Stramba	Z7	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	**0**

Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2022 • Letný semester 35. ročníka
Web: matik.strom.sk
E-mail: matik@strom.sk
Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice