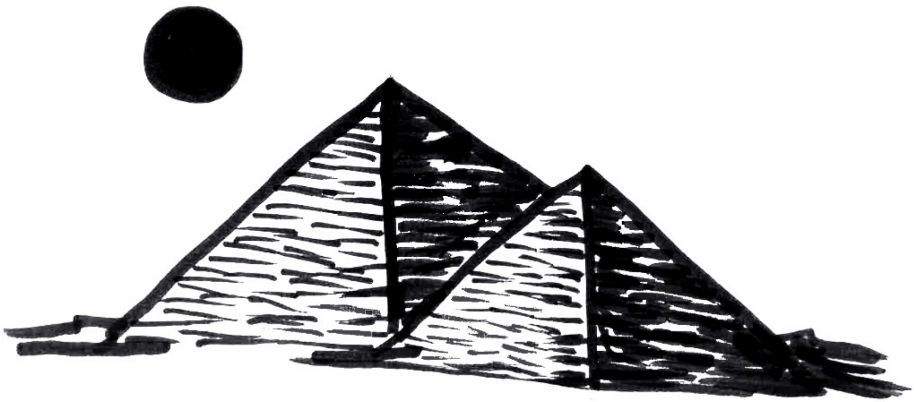
Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 5 — Ročník 36 matik.strom.sk



Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MATIKa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MATIKa

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Už tradične aj toto leto budeme organizovať Tábor mladých matematikov, ktorý sa uskutoční na Chate Slaná Voda v termíne 8. až 15. augusta 2023.

Nevieš, čo je to Tábor mladých matematikov, skrátene TMM? Je to tábor, ktorý je určený pre súčasných šiestakov základných škôl až prvákov stredných škôl (a samozrejme tomu ekvivalentné ročníky viacročných gymnázií). Programom sa veľmi podobá na naše sústredenia, ktoré máte všetci tak radi, ale TMM je o 2 dni dlhšie, takže aj o 2 dni lepšie! Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlasovací formulár nájdeš na `https://matik.strom.sk/tmm/`. S prihlasovaním však dlho neotáľaj, kapacita tábora je obmedzená. Tešíme sa na Tvoju účasť!

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1

opravovali: **Martin Šmilňák** a **Martin „Iskra“ Dudjak** 68 riešení
najkrajšie riešenie: Richard Prikler

Zadanie

Nefertiti stratila účtovnú knihu a chcela zistiť, koľko peňazí minula za posledný mesiac. Nepamätala si konkrétnu sumu, ale vedela o nej povedať následovné:

- suma bolo kladné celé číslo deliteľné 8
- ciferný súčet sumy bol 7
- ciferný súčin sumy bol 6

Nájdite všetky možné sumy peňazí, ktoré mohla Nefertiti minúť za posledný mesiac a ukážte, že ďalšie neexistujú.

Riešenie

Ciferný súčin hľadaného čísla je 6. Ten vieme dosiahnuť len dvoma spôsobmi, a to ako 2×3 alebo 1×6. Je dôležité si uvedomiť, že počet číslic 1 v čísle nemení jeho ciferný súčin. Do hľadaného čísla ich teda môžeme pridať ľubovoľne veľa.

Ciferný súčet hľadaného čísla je 7. Aby sme zachovali podmienku o cifernom súčine, môžeme použiť iba dvojice cifier 2, 3 a 1, 6, ku ktorým budeme pridávať cifry 1 tak, aby sme dosiahli súčet 7. Pre dvojicu 2 a 3 teda musíme pridať dve cifry 1. Dostávame tak kombináciu 1, 1, 2, 3. Pre dvojicu 1 a 6 nepridáme žiadnu cifru, keďže už má ciferný súčet 7.

Hľadané číslo je deliteľné ôsmimi. To znamená, že je deliteľné aj dvomi, teda jeho posledná cifra je párna. V kombinácii cifier 1, 1, 2, 3 je jedinou párnou cifrou cifra 2, teda ju musíme umiestniť na miesto jednotiek. Kritérium pre deliteľnosť číslom 8 hovorí, že číslo je deliteľné ôsmimi práve vtedy, keď je ôsmimi deliteľné posledné trojčíslie daného čísla. My máme 3 možnosti, ako môže vyzerať posledné trojčíslie, a to 112, 132 a 312. Po vydelení každého z nich číslom 8 zisťujeme, že jedine 132 nie je deliteľné 8, a teda číslo má 2 možné koncové trojčíslia, a to 112 a 312. Pre trojčíslie 112 bude celé číslo 3112 a pre trojčíslie 312 bude celé číslo 1312. Pri možnosti s ciframi 1 a 6 máme iba jedno riešenie, a to 16, pretože číslo musí končiť párnou číslicou.

Hľadaná suma je buď 16, 1312 alebo 3112.

Komentár

Veľmi nás teší, že ste túto úlohu odovzdali v tak hojnom počte. Veľa z vás sa s ňou zvládlo popasovať na plný počet bodov. Najčastejšie ste chyby robili v tom, že aj keď ste našli správne riešenia, nedokázali ste správnym spôsobom, prečo nemôžu existovať iné. Niektorí z vás si vypísali nejaký počet čísel a našli vyhovujúce číslo (zvyčajne 16) a prehlásili, že to je jediné správne riešenie. Takýto postup, žiaľ, nemôže viesť k plnému počtu bodov

2

opravovali: **Lucka Chladná** a **Mimi Hanus**

najkrajšie riešenie: Nina Hudáková

45 riešení

Zadanie

Nefertiti si kúpila obraz, ktorého rám bol trojuholník zložený z paličiek. Paličky mali dĺžky a, b, c, pričom $a < b < c$. Následne každú z paličiek rozdelila na polovicu, čím jej vzniklo 6 kratších paličiek. Z týchto kratších paličiek chce vybrať 3, ktoré budú tvoriť strany nového trojuholníka.
Koľko najmenej a koľko najviac navzájom rôznych trojuholníkov môže vedieť z týchto 6 paličiek poskladať? (Paličky rovnakej dĺžky považujeme za identické.) Nezabudnite dokázať, že menej alebo viac rôznych trojuholníkov nemôže vedieť poskladať.

Riešenie

Najskôr si zapíšme, s akými paličkami Nefertiti pracuje, a označme si ich dĺžky:

$$A = \frac{a}{2}, A = \frac{a}{2}, B = \frac{b}{2}, B = \frac{b}{2}, C = \frac{c}{2}, C = \frac{c}{2}$$

Všimnime si, že trojice (nezáleží na poradí, ale dĺžka sa môže v trojici vyskytnúť viackrát, no najviac dvakrát), z ktorých Nefertiti skladá trojuholníky, si vieme rozdeliť na dve kategórie: také, čo majú všetky dĺžky rôzne, a také, čo majú dve dĺžky rovnaké a tretiu inú. V prvej kategórii máme iba 1 trojicu, a to $[A, B, C]$. V druhej kategórii budeme mať trojíc 6, a to:

$$[A, A, B], [A, A, C], [B, B, A], [B, B, C], [C, C, A], [C, C, B]$$

Teraz vidíme, že trojíc je 7, teda trojuholníkov nemôže byť viac ako 7. A napríklad pre trojicu $(a, b, c) = (3, 4, 5)$ sa Nefertiti naozaj 7 trojuholníkov zložiť podarí.
Zostáva určiť najmenší možný počet trojuholníkov. Pripomeňme si *trojuholníkovú nerovnosť*, ktorá hovorí, že trojuholník sa bude dať poskladať práve vtedy, keď súčet dĺžok každej z dvojíc jeho strán bude väčší ako dĺžka tretej strany.
V trojici $[A, B, C]$ je trojuholníková nerovnosť určite splnená, keďže je polovicou pôvodného trojuholníka so stranami $2A$, $2B$, $2C$.
V každej zo zvyšných šiestich trojíc sú dve dĺžky rovnaké, čo znamená, že jedna z nich nemôže byť dlhšia ako súčet zvyšných dvoch. Jediná možnosť, kde sa trojuholník nedá postaviť, je, keď tretia strana je dlhšia ako súčet dvoch rovnakých strán.

Keďže $a < b < c$, tak aj $B > A$, $C > A$ a $C > B$, takže aj $2B > A$, $2C > A$ a $2C > B$. Tým pádom bude Nefertiti určite vždy vedieť postaviť trojuholníky $[A, B, B]$, $[A, C, C]$ a $[B, C, C]$.
Napokon z trojuholníkovej nerovnosti v pôvodnom ráme plynie, že $B + B > A + B > C$, a teda aj z trojice $[B, B, C]$ možno zostrojiť trojuholník.
Týmto sme ukázali, že Nefertiti mohla určite postaviť aspoň 5 trojuholníkov. Trojicou, ktorá tento počet dosiahne, je napríklad trojica $(2, 7, 8)$. Nefertiti teda mohla postaviť najmenej 5 trojuholníkov.

Komentár

Riešenie tejto úlohy sa dá rozdeliť na štyri časti. Ukazujeme, že počet zostrojiteľných trojuholníkov nemôže klesnúť pod 5, nemôže stúpnuť nad 7, môže byť 5, môže byť až 7. Niektoré riešenia vynechali overenie, že extrémne počty (teda 5 a 7) môžeme dosiahnuť. Na to stačí uviesť dve konkrétne trojice (a, b, c), takže ide o jednoduchú, ale nutnú časť riešenia. Iné zas nemali úplný dôkaz, že počet trojuholníkov menší ako 5 nehrozí. Často uvádzali nižšie minimá – tu overenie, že nájdené minimum je dosiahnuteľné, by mohlo byť hodnotnou skúškou správnosti. Napokon pri hornom odhade vzhľadom na nízky počet kombinácií a možnosť ich priamočiareho vypísania bolo presvedčivé i prosté konštatovanie, že existuje sedem trojíc. Dávajte si pozor, čo všetko na zodpovedanie otázky v zadaní treba!

3 opravovali: **Katka Farbulová** a **Martin Masrna**

najkrajšie riešenie: Jakub Katrák

42 riešení

Zadanie

Veštica Hatsuk mala víziu. Nebola si istá, či je pravdivá, a preto si ju chcela overiť. Vo vízii videla celé kladné číslo, ktoré má práve 10 celých kladných deliteľov, pričom tieto delitele majú navzájom rôzne posledné cifry. Existuje nejaké takéto číslo? Ak áno, nájdi všetky čísla s touto vlastnosťou. Ak nie, prečo?

Riešenie

Hľadané číslo má práve 10 celých kladných deliteľov, pričom tieto delitele majú navzájom rôzne posledné cifry, takže každý deliteľ končí inou cifrou od 0 do 9.
Pozrime sa na deliteľa končiaceho nulou. Aby deliteľ končil nulou, musí byť deliteľný 10, a teda aj hľadané číslo musí byť deliteľné 10. Medzi delitele čísla patrí aj číslo samotné, takže aby sme dodržali podmienku, že každý deliteľ musí končiť inou cifrou, hľadané číslo musí byť 10. Ale delitele 10 sú iba 4, a to 1, 2, 5, 10. Takže veštica mala nesprávnu víziu.

Komentár

Mnohí z vás úlohu úspešne vyriešili, čo nás veľmi teší. Obdržali sme však aj viacero riešení, v ktorých ste zabudli rozobrať možnosť, kedy by číslo z vízie bolo 10. Niektorým z vás sme museli strhnúť body, keďže ste rozobrali iba jednu z možností.
Pri riešení dokazovacej úlohy nestačí ukázať, že nejaké riešenie nefunguje, musíme zohľadniť všetky možnosti. Môžeme buď systematicky vyskúšať všetky možnosti (tu si musíme dať pozor na to, aby sme vyskúšali naozaj všetky možnosti) alebo všetky čísla rozdeliť do viacerých kategórií a dokazovať to pre ne.
V prípade tejto úlohy nevieme vyskúšať všetky možnosti, keďže by ich bolo nekonečno, takže si musíme všetky možnosti zovšeobecniť do menších kategórií (napríklad čísla deliteľné 2, čísla deliteľné 5). Potom už úlohu nemusíme dokazovať na nekonečno možnostiach, ale iba na zopár kategóriách.

4

opravovali: **Paťo Paľovčík** a **Rišo Vodička**
najkrajšie riešenie: Martina Osuská

55 riešení

Zadanie

Kupec potreboval očíslovať svojich 14 tiav. Chcel ich očíslovať celými kladnými číslami idúcimi za sebou, kde každé z týchto čísel je deliteľné aspoň jedným z čísel $2, 3, 5, 7, 11$. Vedel ich takto očíslovať? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

Riešenie

Keďže každé druhé prirodzené číslo je párne, tak každé druhé bude deliteľné dvomi. Z toho vieme povedať, že zo 14 čísel idúcich za sebou bude práve 7 deliteľných dvomi. Budeme sa teda pozerať už iba na nepárne čísla. Poďme sa pozrieť na to, koľko čísel môže byť deliteľných číslami 3,5,7 a 11.

- Každé tretie číslo je deliteľné 3, čo znamená, že vieme mať najviac 5 čísel deliteľných tromi. Každé druhé číslo deliteľné tromi však bude deliteľné aj dvomi a keďže nás zaujímajú len nepárne čísla, tak vieme mať najviac 3 nepárne čísla deliteľné tromi.

- Každé piate číslo je deliteľné 5, a teda vieme mať najviac 3 čísla deliteľné 5, z toho najviac 2 nepárne, keďže každé druhé je párne.

- Každé siedme číslo je deliteľné 7, čo znamená, že ich bude najviac 2 a z toho jedno bude párne. Preto iba jedno nepárne číslo bude deliteľné 7.

- Každé jedenáste číslo je deliteľné 11, čo znamená, že ich bude najviac 2, z toho jedno bude párne, čiže najviac jedno nepárne číslo bude deliteľné 11.

Dokopy teda máme maximálne $3 + 2 + 1 + 1 = 7$ nepárnych čísel deliteľných aspoň jedným z čísel 3,5,7 alebo 11. Poďme sa však pozrieť na podmienky, ktoré musia platiť, aby nastal tento maximálny počet.

Práve 3 nepárne čísla musia byť deliteľné tromi. Keďže máme 7 nepárnych čísel a každé tretie nepárne číslo bude deliteľné tromi, tak na to, aby boli 3, to musí byť prvé, štvrté a siedme nepárne číslo. Práve 2 nepárne čísla musia byť deliteľné piatimi. Každé piate nepárne číslo je deliteľné 5, a teda to musia byť buď prvé a šieste, alebo druhé a siedme nepárne číslo. Pri oboch možnostiach však vychádza, že jedno z čísel deliteľných tromi bude deliteľné aj piatimi (v prvej možnosti prvé nepárne číslo a pri druhej možnosti siedme). Aspoň jedno číslo sme teda museli do nášho súčtu zarátať dvakrát, a teda maximálny počet nepárnych čísel deliteľných aspoň jedným z čísel 3,5,7 a 11 bude už iba 6. Keďže v rade 14 za sebou idúcich čísel sa nachádza vždy 7 nepárnych čísel, určite neexistuje taký rad, v ktorom by každé nepárne číslo bolo deliteľné aspoň jedným z čísel 3, 5, 7, 11. Kupec teda takto svoje ťavy nedokáže očíslovať.

Komentár

Úloha nebola úplne najľahšia, ale viacerým sa s ňou podarilo popasovať celkom dobre. Niektorým sme museli strhnúť pár bodov za to, že to neukázali pre rady čísel začínajúce párnym a nepárnym číslom, prípadne prečo to je pre obe možnosti v podstate to isté. Je to skutočne veľmi podobné, ale pre úplné riešenie je potrebné pokryť všetky možnosti.
Mnohí z vás riešili túto úlohu spôsobom, že neexistuje 14 za sebou idúcich zložených čísel, a teda to nepôjde. Dá sa však rýchlo overiť, že takýchto 14 alebo viac čísel existuje, napríklad od 524 po 540, a teda za takéto riešenie sme bohužiaľ nemohli dať veľa bodov. Niektorí takýto interval aj našli, a však ukázali, že to nepôjde len na ňom, čo na úplné riešenie tiež nestačí a je potrebné to riešiť všeobecne.

5

opravovali: **Lucia Kleščová** a **Michal Masrna**

najkrajšie riešenie: Richard Prikler

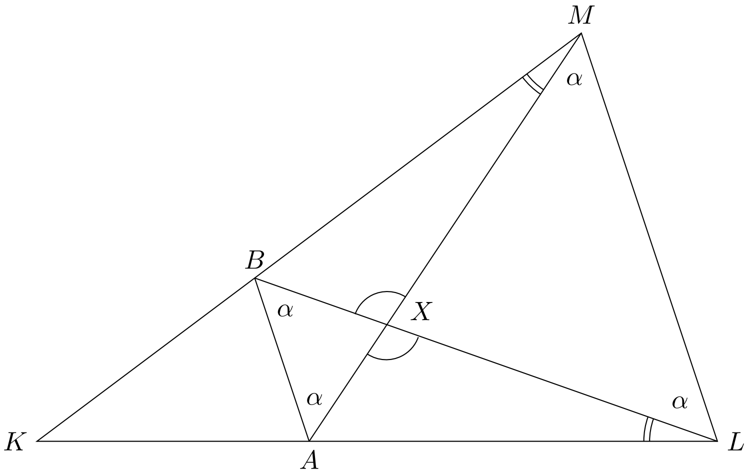
29 riešení

Zadanie

Strýko Tutanchamon si dal postaviť záhradu v tvare trojuholníka KLM, v ktorom ležia body A a B na stranách KL a KM tak, že trojuholníky KLM, MLA a LBM sú podobné. Dokážte, že ak sú priamky LM a AB rovnobežné, tak trojuholník ABK je rovnoramenný.

Riešenie

Nazvime si priesečník úsečiek AM a BL ako X a veľkosť uhla AML ako α. Z podobnosti trojuholníkov MLA a LBM vyplýva, že uhly AML a MLB majú rovnakú veľkosť α. Nakoľko úsečky LM a AB sú rovnobežné, uhly MAB a AML sú striedavé a majú oba veľkosť α. Uhly ABL a MLB sú tiež striedavé a majú tiež oba veľkosť α. Z toho vyplýva, že trojuholníky BAX a MLX sú rovnoramenné, lebo majú dva uhly veľkosti α, takže $|XL| = |XM|$ a $|XA| = |XB|$. Uhly AXL a BXM sú rovnako veľké, lebo sú vrcholové, teda trojuholníky XAL a XBM sú zhodné podľa vety *sus*. Odtiaľ vyplýva, že uhly BMX a ALX sú rovnako veľké, teda aj uhly BML a ALM sú rovnako veľké, takže trojuholník KLM je rovnoramenný so základňou LM. Keďže úsečky LM a AB sú rovnobežné, uhol BML je súhlasný s uhlom KBA a uhol ALM je súhlasný s uhlom KAB, čiže $|\angle KBA| = |\angle BML| = |\angle ALM| = |\angle KAB|$ a teda trojuholník ABK je rovnoramenný, lebo má dva uhly rovnakej veľkosti.



Komentár

Teší nás, že väčšine z vás sa úlohu podarilo úspešne vyriešiť. Čo nás teší menej je, že sme niektorým z vás museli strhnúť body za menšie alebo väčšie chyby vo vašom riešení. Najčastejšie sa opakujúcou chybou bolo, že ste si nedali pozor na poradie, v ktorom boli v zadaní napísané vrcholy podobných trojuholníkov. Pri podobnosti je dôležité si uvedomiť, že povedať, že trojuholník ABC je podobný s trojuholníkom DEF nie je to isté ako povedať, že trojuholník ABC je podobný s trojuholníkom EDF či trojuholníkom FDE, pretože poradie vrcholov určuje ktoré uhly sú rovnaké a ktoré strany si navzájom prislúchajú. Poznamenáme ešte aj to, že ak je v zadaní napísané, že trojuholníky sú podobné, nevylučuje to, že môžu byť aj zhodné.

6 opravovali: **Timka Szöllösová** a **Adel Horváthová**

najkrajšie riešenie: Michal Vodička

21 riešení

Zadanie

Nefertiti a Tutanchamon si v záhrade zahrali hru. Hrali ju na šachovnici s rozmerom $m \times n$, kde m aj n sú kladné celé čísla. Hru začína Nefertiti a zafarbí ľubovoľné políčko. Potom vždy hráč, ktorý je na ťahu, zafarbí nejaké ešte nezafarené políčko, ktoré s posledným zafarbeným políčkom susedí stranou. Prehráva ten, kto už nevie urobiť žiaden ťah. Kto z nich má víťaznú stratégiu v závislosti od (m, n)? Ako táto stratégia vyzerá?

Riešenie

Intuícia: Pred tým ako si ukážeme stratégie uveďme si pár pozorovaní, ktoré nám poslúžia ako vodítko pri ich nachádzaní. Hra sa hrá na šachovnici, a to nás nabáda pozerať sa na farby políčok, po ktorých sa hráči pohybujú. Všimnime si, že každý hráč zafarbuje len políčka jednej farby. To nás môže naviesť na myšlienku popárovania bielych políčok s čiernymi.

Stratégie: V prípade, že má šachovnica párny počet políčok, vieme ju jednoducho celú pokryť dominami zaberajúcimi jedno biele a jedno čierne políčko. Druhý hráč teraz môže zakaždým zafarbiť druhé políčko domina k tomu, ktoré zafarbil prvý hráč. Tým pádom má druhý hráč stále zaručený ťah a teda vyhrá.
V prípade, že má šachovnica nepárny počet políčok, tak po "odstrihnutí" jedného z jej rohov ju opäť vieme pokryť dominami. Pokiaľ teda prvý hráč najskôr zafarbí jeden z rohov šachovnice, tak na dominami pokrytú časť šachovnice vstúpi ako druhý. Tým pádom môže aplikovať stratégiu druhého hráča z predošlého prípadu a vyhráva.

Záver: Keďže Nefertiti začína, tak pre m, n nepárne vyhrá s vyššie spomínanou stratégiou a pre všetky ostatné možnosti vyhráva Tutanchamon.

Komentár

Veľká časť z vás sa zamotala pri vysvetľovaní stratégie pre hráčov a namiesto toho uviedla ako z odohranej partie určiť kto a prečo vyhral - že pokiaľ bol zafarbený párny počet políčok tak vyhral druhý hráč a pokiaľ nepárny tak prvý. Prípadne ste sa snažili zmiasť opravovateľov vágnym popisom toho, že prvý chce, aby bol na konci zafarbený nepárny počet políčok a druhý naopak. Tu si však treba uvedomiť, že to je vlastne len reformulácia toho, že každý z hráčov sa snaží aby vyhral, no to bohužiaľ nie je stratégia.
Pri úlohách pýtajúcich sa na stratégie ich treba popísať naozaj detailne - aby niekto, kto hru nikdy nehral, mohol postupovať podľa vašich krokov a mal zaručené víťazstvo bez toho, aby musel do hry prinášať nejaké vlastné myšlienky.

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **24. Apríla 2023**

Úloha 1

Astronomička Astarte pozorovala hviezdy, keď zrazu uvidela zvláštny útvar. Tvoril ho trojuholník ABC taký, že veľkosť uhla pri vrchole A bola 80 stupňov. Os tohto uhla pretľala stranu BC v bode D a dĺžka AD bola 7. Aká je dĺžka strany AC, ak výška z bodu C na stranu AB zviera so stranou CB 60 stupňov?

Úloha 2

V hlavnom paláci sa mení podlaha. Máme sadu tromina - dlaždice sú tvorené tromi štvorčekovými dielikmi zlepenými na stranách buď do tvaru písmena L alebo do tvaru písmena I. Našim cieľom je tieto dlaždice poskladať tak, aby tvorili štvorce. Najviac koľko štvorcov s rôznymi dĺžkami strán môžeme naraz postaviť s použitím najviac 1000 *dlaždíc?*

Úloha 3

Stavitelia pyramídy sa rozhodli podpísať sa do hrobky svojimi obľúbenými číslami. Prvý staviteľ napísal žltou kriedou prirodzené trojciferné číslo tvorené navzájom rôznymi nenulovými ciframi. Potom druhý staviteľ na hrobku bielou kriedou vypísal všetky ďalšie trojciferné čísla, ktoré možno získať zmenou poradia cifier žltého čísla. Potom podčiarkol každé číslo, ktoré bolo menšie ako žlté číslo. Podčiarknuté čísla boli práve tri a ich aritmetický priemer bol 205*. Aritmetický priemer všetkých čísiel na hrobke bol* 370*. Určite hodnotu žltého čísla.*

Úloha 4

Na večierok na Níle prišlo niekoľko párov, pričom pár vždy tvoril muž a žena. Hlavný bubeník spočítal, koľkými rôznymi spôsobmi mohol tancovať nejaký muž s nejakou ženou a výsledok zapísal na papyrus. Potom spočítal, koľkými spôsobmi mohli tancovať osoby rovnakého pohlavia a výsledok zapísal na papyrus. Po chvíli z večierku odišli 3 páry a hlavný bubeník postup zopakoval. Takto boli na papyruse napísane 4 čísla, pričom jedno z nich bolo 100. Aké boli zvyšné 3 čísla? Nájdite všetky možnosti a dokážte, že žiadne iné nie sú.

Úloha 5

Tanečnica Olympia si dala vytetovať trojuholník ABC. Na strane BC ležia body D a E tak, že $|BD| = |CE|$. Označme M stred úsečky AD. Dokážte, že priamka ME vždy prechádza ťažiskom trojuholníka ABC, bez ohľadu na polohu bodov D a E.

Úloha 6

Dokážte, že ak je na štvorcovom námestí so stranou dlhou 35 *kilometrov ľubovoľne umiestnených* 51 *ľudí, potom možno niektorých troch spomedzi nich pokryť kruhom s polomerom 5 kilometrov.*

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 3.	Magdaléna Škriabová	Z8	ZKro4KE	9	9	9	9	9	-	54
	Alena Chladná	Z7	GAMČABA	9	7	9	9	9	9	54
	Michal Vodička	Z9	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	54
4. - 5.	Richard Prikler	Z9	GJARMPO	9	9	9	6	9	9	51
	Nina Hudáková	Z8	GAlejKE	9	9	9	6	9	-	51
6.	Nelka Kleščová	Z7	GĽŠH3ZV	7	7	8	9	9	2	49
7. - 9.	Alenka Bálintová	Z9	BGMHSuč	9	9	9	9	3	9	48
	Hana Erdélyiová	Z7	GAMČABA	9	5	7	9	9	-	48
	Michal Revický	Z7	GJARMPO	9	6	8	7	9	-	48
10.	Janka Urbánová	Z9	GAlejKE	9	5	9	6	9	9	47
11.	Daniela Tkáčová	Z7	ZLevoSN	9	5	8	6	9	2	46
12.	Lívia Lukáčová	Z8	ZPoliKE	9	9	9	-	9	-	45
13.	Martina Osuská	Z9	ZDrJDMA	8	5	8	9	9	2	41
14. - 15.	Jakub Katrák	Z7	ZPoliKE	9	5	9	-	8	-	40
	Tomáš Cabúk	Z7	ZHlaGL	9	9	9	2	1	2	40
16.	Vojto Bálint	Z7	CZRZaZA	9	9	9	1	-	-	37
17. - 18.	Hana Ihnátová	Z7	ZObcSeč	9	2	1	1	5	9	35
	Dominik Feňovčík	Z7	ZBeleKE	9	9	8	-	-	-	35
19.	Sara Vojtkova	Z8	ZPoliKE	9	5	9	-	6	-	34
20. - 21.	Marie Kasalová	Z8	GTruhla	9	3	9	9	-	-	33
	Šimon Petráš	Z7	GAMČABA	9	5	9	1	-	-	33
22.	Ondrej Tóth	Z9	GVaršZA	9	5	8	9	-	-	31
23. - 25.	Richard Semanišin	Z6	GAlejKE	9	-	3	9	-	-	30
	Natália Kropuchová	Z7	ZKro4KE	9	4	8	1	-	-	30
	Šimon Mihalik	Z8	GsvTAKE	9	3	9	4	0	2	30
26. - 27.	Barbora Cimráková	Z6	CZRZaZA	6	-	6	4	6	-	28
	Martin Mentel	Z9	BGMHSuč	9	9	4	6	-	-	28
28. - 29.	Sarah Klopstock	Z9	ŠpMNDaG	9	-	9	5	4	-	27
	Kristina Jančigová	Z8	ZGoraZA	8	5	2	0	8	2	27
30. - 31.	Daniela Štulajterová	Z7	ZKro4KE	9	-	8	-	-	-	25
	Michal Ferdinandy	Z9	GAlejKE	7	9	9	0	-	-	25
32. - 33.	Lukáš Paška	Z8	ZKe30KE	8	2	9	3	0	-	24
	Lívia Sušková	Z8	EGJAKKE	9	1	8	2	-	2	24
34.	Lukáš Kostík	Z8	GAlejKE	9	0	3	1	4	2	21
35. - 36.	Tomáš Kováč	Z7	ZZlatáRV	9	1	2	1	2	2	18
	Adrián Lehocký	Z8	ZKro2KE	9	4	1	2	-	1	18
37.	Lukáš Húdek	Z8	GAlejKE	9	2	2	0	0	2	17
38.	Miriam Varechová	Z8	ZKro4KE	9	-	-	7	-	-	16
39.	Robbin Šimko	Z7	ZKro4KE	9	2	0	2	-	-	15
40. - 42.	Tomáš Lang	Z9	ZOKožSN	4	2	2	2	1	2	13
	Barbora Brindžáková	Z8	ZKro4KE	9	2	0	2	-	-	13
	Damián Fedor	Z7	ZJuhVnT	8	1	-	2	-	-	13
43.	Samuel Švec	Z7	ZKro4KE	6	-	-	2	-	2	12
44. - 45.	Daniel Takáč	Z8	GAlejKE	5	4	-	-	-	2	11
	Olívia Kovaľová	Z7	ZJuhVnT	5	3	-	0	-	-	11
46.	Barbora Menšíková	Z8	ZKro4KE	9	-	-	1	-	-	10
47. - 51.	Lenka Harmanska	Z8	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	9
	Martin Janoško	Z7	ZKro4KE	9	-	-	0	-	-	9
	Ján Štiavnický	Z9	ZKro4KE	9	-	-	0	-	-	9

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Sofia Sotakova	Z8	ZJŠveHE	6	2	-	1	0	-	9
	Heidi Hritz	Z8	GsvTAKE	9	-	-	-	-	-	9
52.	Daniela Harmanska	Z8	ZKro4KE	7	1	-	-	-	-	8
53.	Šimon Varga	Z8	ZKro4KE	6	-	-	1	-	-	7
54.	Barbora Ševcová	Z7	ZKro4KE	4	-	-	1	-	-	6
55.	Lukáš Kmec	Z7	ZKro4KE	5	-	-	0	-	-	5
56. - 57.	Laura Prevužňáková	Z7	ZKro4KE	1	2	-	-	-	-	4
	Róbert Plencner	Z7	ZKro4KE	2	-	-	1	-	-	4
58. - 61.	Šarlota Šustová	Z8	ZKro4KE	1	2	-	0	-	-	3
	Adela Polomská	Z7	ZKro4KE	1	-	-	1	-	-	3
	Leo Torma	Z7	ZKro4KE	1	-	-	1	-	-	3
	Nikola Szabó	Z7	ZFabrRV	1	0	0	-	0	1	3
62. - 63.	Samuel Šimurda	Z8	ZKro4KE	1	-	-	1	-	-	2
	Anna Birková	Z8	ZKro4KE	1	-	-	1	-	-	2
64. - 68.	Martin Azari	Z8	ZKro4KE	1	-	-	0	-	-	1
	Jakub Stramba	Z7	ZKro4KE	-	1	-	-	0	-	1
	Marko Strompf	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	-	-	1
	Max Hložek	Z7	ZKro4KE	1	-	-	0	-	-	1
	Michal Sabo	Z8	ZKe30KE	1	-	-	-	-	-	1
69.	Matúš Katina	Z7	ZKro4KE	0	-	0	0	-	-	0

Názov:	MATIK – korešpondenčný matematický seminár Číslo 5 • Apríl 2023 • Letný semester 36. ročníka
Web:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.