STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie STROMu, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame Tvoje ďalšie riešenia!

STROMáci

Tábor mladých matematikov

Čo by to boli za prázdniny bez TMMka? To veru nevieme. No sme si istí, že tento rok to určite zistiť nechceme! Preto aj tento rok chystáme pre budúcich siedmakov ZŠ až budúcich druhákov SŠ Tábor mladých matematikov, ktorý sa bude konať 23. - 30. augusta 2021 v ŠvP Detvianska Huta! Pýtaš sa, čo je to TMM? Ide o 8-dňový pobyt nabitý zaujímavým programom, na ktorom nesmie chýbať zábava, matematika a príjemná spoločnosť. Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlášku nájdeš na našich webových stránkach. Nezabudni však, že kapacita je obmedzená, preto s prihlásením nečakaj na poslednú chvíľu. Tešíme sa na Teba!

Náboj

Matematický Náboj sa aj tento rok uskutoční v online podobe (tak ako na jeseň), a to už tento mesiac - 23. apríla 2021. Online súťaž bude takmer identická tej "klasickej". Každý tím dostane po registrácii prihlasovacie údaje, ktorými sa v deň súťaže prihlási do online systému. Počas samotnej súťaže budú mať tímy dve hodiny na vyriešenie čo najväčšieho množstva príkladov.
V tíme môže byť maximálne 5 žiakov, všetci pritom musia navštevovať rovnakú školu. Súťaž bude mať tento rok tri kategórie:

- Juniori: pre žiakov stredných škôl, ktorí nie sú v poslednom alebo predposlednom ročníku strednej školy
- Seniori: pre žiakov stredných škôl bez obmedzenia ročníka
- Špeciálna kategória Open: pre ľubovoľné tímy (súťažiaci nemusia byť žiakmi stredných škôl)

Podrobné pravidlá súťaže nájdete na `https://math.naboj.org/rules.php`. Registrácia už začala a bude prebiehať do 20. apríla na `https://math.naboj.org/register.php`. Neváhajte preto a dajte vedieť svojim učiteľom, žiakom alebo kamarátom, registrujte sa a my Vás radi uvidíme 23. apríla 2021.

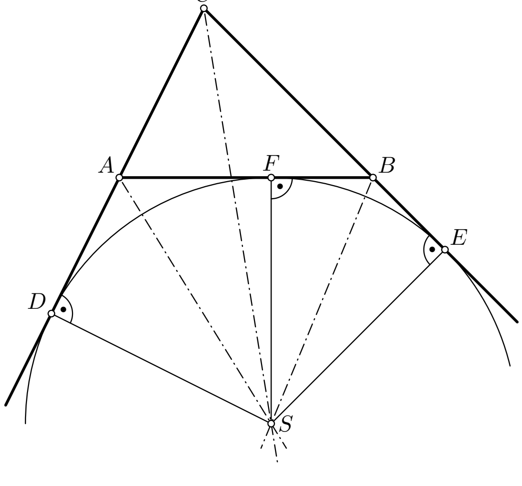
1.

Opravovali: **Maťo Gbúr a Viki Brezinová**
Počet riešení: 33

Majme ostrouhlý trojuholník ABC s obvodom 20. Kružnica, ktorej stred je priesečníkom osí vonkajších uhlov trojuholníka pri vrcholoch A, B, sa dotýka polpriamky CA v bode D. Aká je dĺžka úsečky CD?

Riešenie

Označme si priesečník osí vonkajších uhlov trojuholníka pri vrcholoch A a B ako S. Potom kružnica so stredom v bode S, dotýkajúca sa polpriamky CA v bode D, je kružnica pripísaná trojuholníku ABC, a teda sa dotýka aj polpriamky CB a úsečky AB. Nazvime tieto body dotyku zaradom ako E a F. Pre túto pripísanú kružnicu taktiež platí to, že jej stred S leží na osi vnútorného uhla pri bode C.



Pozrime sa na trojuholníky SAD a SAF. Uhly pri vrchole A majú rovnakú veľkosť, nakoľko priamka AS je osou uhla DAF. Uhly pri vrcholoch D a F sú tiež zhodné, lebo obidva sú pravé, keďže pre dotyčnice ku kružnici platí, že sú kolmé na polomer kružnice, ktorý spája bod dotyku so stredom kružnice.

Tieto trojuholníky navyše zdieľajú stranu SA, a preto sú zhodné podľa vety *usu*. Analogicky vieme odvodiť aj to, že trojuholníky SBF a SBE sú zhodné a taktiež, že trojuholníky SCD a SCE sú zhodné.

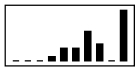
Z toho vyplýva, že $|AF| = |AD|$, $|BF| = |BE|$ a $|CD| = |CE|$. Zo zadania taktiež vieme, že $|AB| + |CA| + |CB| = 20$. Všimnime si, že dĺžku strany AB vieme vyjadriť ako súčet dĺžok úsečiek AF a BF, čiže použitím prvých dvoch z horeuvedených rovností dostaneme $|AB| = |AD| + |BE|$. Potom $20 = |CA| + |AD| + |CB| + |BE| = |CD| + |CE|$. Keďže CD a CE majú podľa tretej rovnosti rovnakú dĺžku, môžeme vyvodiť, že $|CD| = 10$.

Komentár

Väčšina z vás úlohu vyriešila správne na plný počet bodov. Body sme vám stiahli, ak ste niektorý krok riešenia nedostatočne zdôvodnili, alebo ho pokladali za zrejmý, aj keď podľa nás úplne zrejmý nebol.

2.

Opravovali: **Kubo Genči a Robo Sabovčík**
Počet riešení: 30



Robo a Mišo hrajú hru a striedajú sa v ťahoch, pričom Robo začína. V každom ťahu hráč vyberie číslo od 1 do 5 (vrátane) a napíše ho. Hra skončí, keď hráči napísali spolu n čísel. Mišo vyhrá hru, ak je na konci hry súčet všetkých napísaných čísel násobok 9, a Robo vyhrá, ak nie je. V závislosti od n zistite, kto hru vyhrá, ak obaja hrajú najlepšie, ako vedia.

Riešenie

Najprv sa pozrime na najjednoduchší prípad, teda taký, kde n je nepárne. Vtedy je ako posledný na ťahu Robo. Vieme, že vie zvoliť jedno z 5 po sebe idúcich čísel, ktoré majú rôzne zvyšky po delení 9. To znamená, že sú medzi nimi aspoň 4 také, po ktorých pripočítaní nebude celkový súčet čísel deliteľný 9. Preto Robo zvolí jedno z týchto čísel vo svojom poslednom ťahu a vyhrá.

Ak je n párne a deliteľné 6, tak vyhrá Mišo. Stačí si uvedomiť, že po každom Robovom ťahu vie Mišo pričítať také číslo, aby súčet v jednom kole (dvojici ťahov) bol 6 (teda ak Robo zvolí 1, Mišo zvolí 5, ak Robo zvolí 2, Mišo zvolí 4 atď.). Keďže počet ťahov je $6n$, teda počet kôl je $3n$, tak celkový súčet čísel bude $18n$, čo je deliteľné 9, a teda Mišo vyhrá.

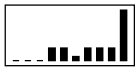
Ak je počet ťahov $6n + 2$ (alebo $6n + 4$), tak použije doplňaciu taktiku Robo. Odignorujme na chvíľu prvý a posledný ťah. Ak to spravíme, tak nám ostane $6n$ (alebo $6n + 2$) ťahov, ktoré začína Mišo a končí Robo. Teda Robo vie stále doplniť číslo tak, aby súčet každého kola bol 6. Počet kôl je $3n$ (alebo $3n + 1$), a teda súčet bude $18n$, čo je deliteľné 9 (alebo $18n + 6$, čo dáva zvyšok 6 po delení 9). Ostal nám však ešte prvý a posledný ťah. Ak v prvom ťahu Robo napíše číslo 3, tak súčet všetkých ťahov okrem posledného bude $18n + 3$, čo dáva zvyšok 3 po delení 9 (alebo $18n + 9$, čo je deliteľné 9). V oboch prípadoch je pre Miša nemožné pričítaním čísel od 1 do 5 dosiahnuť súčet deliteľný 9 v jeho poslednom ťahu, a teda Robo vyhrá.

Komentár

Všetci ste prišli na to, že víťazná stratégia nie je úplne priamočiara. Takmer všetci ste zvládli nájsť a popísať víťaznú stratégiu v prípade, kde n je nepárne alebo násobok šiestich. Horšie to bolo so zvyšnými dvoma prípadmi. Vždy, keď prídete s nejakou stratégiou, skúste si zahrať hru podľa nej. Často by ste zistili, čo vám na nej nefunguje. Zároveň si nezabudnite po sebe prečítať vlastné riešenie, či ste tam naozaj vysvetlili všetko, čo ste chceli (prípadne, či by to nešlo vysvetliť jednoduchšie). Ak sa budete riadiť týmito dvoma radami, tak nabudúce pravdepodobne získate viac bodov.

3.

Opravovali: **Dano Onduš a Martin Spišák**
Počet riešení: 28



Na ostrove žije 47 poctivcov a 23 podvodníkov. Každého z nich požiadame, aby nám napísal mená niekoľkých poctivcov (môžu napísať aj vlastné meno). Vieme, že poctivci napísali iba poctivcov, podvodníci však mohli, ale nemuseli, napísať aj podvodníkov. Dokážte, že ak je na každom zozname práve 23 mien, vieme zistiť meno aspoň jedného poctivca.

Riešenie

Každý človek napísal 23 rôznych mien. Podvodníkov mohli napísať iba podvodníci, a teda žiaden podvodník nemohol byť napísaný viac ako 23-krát. Preto ak existuje človek napísaný viac ako 23-krát, je to poctivec.

Predpokladajme, že nikto taký neexistuje, ekvivalentne, že každý človek je napísaný najviac 23-krát. Potom ale musí byť každý napísaný práve 23-krát, lebo dokopy je napísaných $70 \cdot 23$ mien a každé zo sedemdesiatich nanajvýš 23-krát. Špeciálne, každý podvodník je napísaný práve 23-krát, čiže všetci podvodníci museli napísať rovnaký zoznam, ktorý obsahuje len mená podvodníkov. Preto ak nájdeme človeka, ktorého meno sa nachádza inde ako na práve 23 identických zoznamoch, vieme, že je to poctivec.

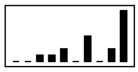
Ukážeme, že musí nastať jedna z dvoch vyššie uvedených možností. Nech nikto nie je napísaný viac ako 23-krát a pre spor predpokladajme, že každé meno sa nachádza na práve 23 identických zoznamoch. To znamená, že zoznamy vieme rozdeliť do skupín po 23-och. V takom prípade by počet zoznamov musel byť deliteľný číslom 23, čo však 70 nie je. Máme spor, takže dokážeme zistiť meno aspoň jedného poctivca.

Komentár

Odhaliť, že ak je niekto napísaný viac ako 23-krát, tak to musí byť poctivec, ste zvládli pomerne hravo. Horšie to bolo v druhom prípade, kde bolo potrebné ukázať, že zoznamy nevieme rozdeliť do skupín po 23-och. Hoci išlo o triviálny problém s deliteľnosťou, mnohí ste argumentovali konkrétnymi možnosťami (navyše nie všetkými), ako to nevieme spraviť, kvôli čomu ste prišli o body.

4.

Opravovali: **Žanetka Semanišinová a Kristín Mišlanová**
Počet riešení: 18



Nech n je kladné celé číslo. Zoraďme vzostupne podľa hodnoty všetky zlomky $0 < p/q < 1$ v základnom tvare (čitateľ aj menovateľ sú kladné celé čísla) také, že $q \leq n$. Ukážte, že postupnosť čísel (nie cifier) v ich menovateľoch je rovnaká spredu aj zozadu.

Riešenie

Pre každý zlomok v tvare $0 < p/q < 1$ nazvime zlomok, ktorý s ním dáva súčet 1 a má tvar $(q-p)/q$ jeho *dvojičkou.* Zrejme platí $0 < (q-p)/q < 1$. Ďalej si môžeme všimnúť, že dvojičky majú v menovateli rovnaké číslo.

Dôležitým pozorovaním je, že zlomok p/q sa nachádza v našej postupnosti práve vtedy, keď sa v nej nachádza aj jeho dvojička. To platí, pretože p/q je v danej postupnosti práve vtedy, keď je v základnom tvare, čiže ak $NSD(p,q) = 1$. To je ekvivalentné tomu, že $NSD(q-p,q) = 1$ (pretože čísla p a q majú rovnaké spoločné delitele ako čísla $q-p$ a q), a teda tomu, že zlomok $(q-p)/q$ je v základnom tvare a je v našej postupnosti.

Teraz sa pozrime na to, ako budú tieto zlomky v postupnosti zoradené. Predpokladajme, že p_1/q_1 je najmenším zlomkom v našej postupnosti, potom jeho dvojička $(q_1-p_1)/q_1$ je najväčším. Ak by to tak nebolo, tak existuje zlomok väčší ako $(q_1-p_1)/q_1$, lenže potom jeho dvojička by bola menšia ako pôvodný zlomok p_1/q_1 (keďže súčet dvojičiek je vždy 1, takže čím bližšie je jedna dvojička k 0, tým bližšie je druhá k 1), čo je spor. A rovnakou úvahou môžeme pokračovať ďalej: pre prvok, ktorý bude spredu druhý platí, že jeho dvojička bude druhá zozadu atď. To ale znamená, že na i-tom mieste spredu bude v postupnosti v menovateli rovnaké číslo ako na i-tom mieste zozadu, čo je práve to, čo sme chceli dokázať.

Komentár

Väčšina z tých, ktorí sa do úlohy pustili, si všimla, že zlomky majú dvojičky, ktoré by mali práve zabezpečovať symetriu menovateľov v našej postupnosti. Viacero riešiteľov však zabudlo, že do postupnosti berieme len zlomky v základnom tvare, a teda zabudlo overiť, či túto vlastnosť má aj dvojička zlomku. Druhý častý problém bolo odôvodnenie poradia zlomkov v postupnosti. Mnohí z vás si všimli, že vzdialenosť jednej dvojičky od 0 je vzdialenosť druhej dvojičky od 1, ale dôležité je túto vlastnosť interpretovať v kontexte našej postupnosti. V nej sa namiesto presnej vzdialenosti musíme sústrediť na to, ktorý bude náš zlomok od začiatku resp. od konca a práve tam sa využije, že naša postupnosť neobsahuje len tak hocijaké čísla medzi 0 a 1, ale že tam každé číslo má svoju dvojičku.

5.

Opravovali: **Timka Szöllősová a Mimi Hanus**
Počet riešení: 13

Je daná $n \times n$ tabuľka, pričom n je nepárne kladné celé číslo. Každá z $2n(n+1)$ jednotkových úsečiek ohraničujúcich jednotkové štvorce je buď modrá, alebo červená. Vieme, že najviac n^2 úsečiek je červených. Dokážte, že existuje jednotkový štvorec tabuľky, ktorého hranice pozostávajú z aspoň troch modrých úsečiek.

Riešenie

Ofarbime si štvorce tabuľky šachovnicovo. Keďže n je nepárne, všetky štyri rohy budú tej istej farby. Nech sú biele. Potom, ak ani jeden štvorec tabuľky nemá aspoň tri strany modré, každý biely štvorec má aspoň dve strany červené.
Dva biele štvorce nemajú spoločnú stranu a dokopy ich je $(n^2+1)/2$. Biele štvorce teda potrebujú byť obklopené aspoň n^2+1 červenými úsečkami. Zo zadania však vieme, že takých je najviac n^2, takže naša podmienka nemôže byť splnená, čiže niektorý štvorec tri modré strany mať musí.

Komentár

Takmer všetky riešenia, ktoré k nám dorazili, úlohu vyriešili správne. Jedinou opakujúcou sa chybou v nich bolo, keď niektorí riešitelia správne vypozorovali, že všetky úsečky na okraji tabuľky sú modré, ale nesprávne z toho usúdili, že týmto je jednoznačne určené sfarbenie všetkých strán okrajových štvorcov.
Asi častejšou chybou boli riešenia, ktoré ste vôbec nenapísali. Vzhľadom na vysokú úspešnosť tých odovzdaných je toto asi vhodné miesto na spomenutie si, že aj pod úlohou, ktorá je vo svojej sérii piata, sa môže ukrývať pekné, krátke a jednoduché riešenie.

6.

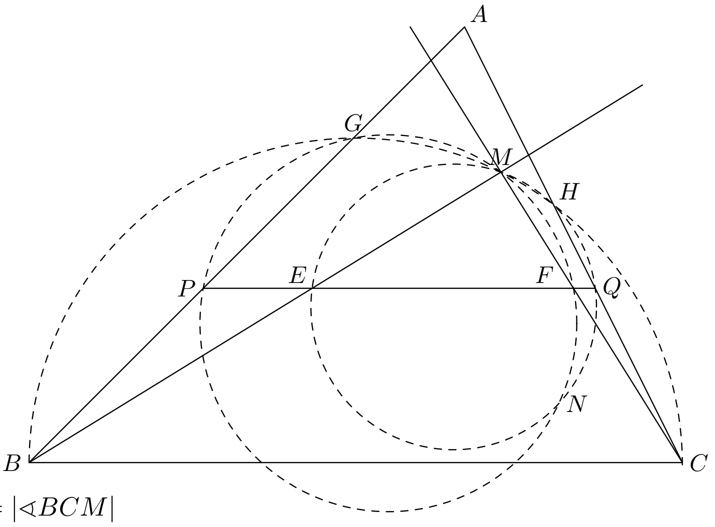
Opravovali: **Martin Vodička a Peťo Kovács**
Počet riešení: 3

Daný je trojuholník ABC. Priamka rovnobežná so stranou BC pretína strany AB a AC postupne v bodoch P a Q. Nech M je vnútorný bod trojuholníka APQ. Úsečky MB a MC pretínajú úsečku PQ postupne v bodoch E a F. Označme N druhý priesečník kružníc opísaných trojuholníkom PMF a QME. Dokážte, že body A, M, N ležia na jednej priamke.

Riešenie

Pomenujme si kružnicu opísanú bodom PMF ako k_1 a kružnicu opísanú bodom QME ako k_2. Druhý prienik k_1 s priamkou AB označme G a druhý prienik k_2 s AC označme H.

Ukážme, že B, G, M a C ležia na jednej kružnici. Použijeme orientované uhly, aby sme sa vyhli rozoberaniu možností podľa polohy bodu G. Ak orientované uhly nepoznáte, odporúčame si pozrieť napríklad tento materiál: `https://prase.cz/library/OrientovaneUhleniMO/OrientovaneUhleniMO.pdf`.
Pre prehľadnosť budeme orientovaný uhol medzi priamkami AB a AC označovať ako $|BA, AC| = |\sphericalangle BAC|$.



$PGMF$ je zo zadania tetivový štvoruholník, a teda

$$|\sphericalangle BGM| = |\sphericalangle PGM| = |PG, GM| = |PF, FM| = |\sphericalangle PFM| = |\sphericalangle BCM|$$

pričom posledná rovnosť plynie z rovnobežnosti PQ a BC. $BGMC$ je teda tetivový štvoruholník. Symetricky môžeme ukázať, že $CHMB$ je tetivový štvoruholník. Oba štvoruholníky ležia na rovnakej kružnici (opísanej BCM).
Z mocnosti bodu A k tejto kružnici vieme, že $|AG||AB| = |AH||AC|$. Keďže PQ je rovnobežné s BC, tak $\triangle APQ \sim \triangle ABC$.

Platí teda $|AP|/|AB| = |AQ|/|AC|$. Vynásobením oboch rovností dostaneme $|AH||AQ| = |AG||AP|$. Bod A má teda rovnakú mocnosť ku kružnici k_1 aj k_2, a teda leží na chordále týchto dvoch kružníc. Chordála dvoch kružníc s dvoma spoločnými bodmi je práve priamka prechádzajúca týmito bodmi. V našom prípade teda MN. Dostávame, že A leží na MN.

Môžu ale nastať 2 špeciálne prípady, kde nám horeuvedený dôkaz, že B, G, M, H a C ležia na jednej kružnici, zlyhá kvôli absentujúcim uhlom. Ak G splynie s P, alebo ak G splynie s B (resp. symetricky pre H).

Ak G splynie s P, znamená to, že k_1 má jediný prienik s AB, a teda sa jej dotýka. Potom uhol BPM je úsekový k $\sphericalangle PFM$, a teda $|\sphericalangle BPM| = |\sphericalangle PFM| = |\sphericalangle BCM|$. Z toho dostávame, že $BGMC$ je tetivový.

Ak G splynie s B, potrebujeme ukázať, že $|AB|^2 = |AH||AC|$, a teda, že AB je dotyčnica k_1. Podobne ako v predošlom prípade sa pozrime na uhol ABM. $|\sphericalangle ABM| = |\sphericalangle PBM| = |\sphericalangle PFM| = |\sphericalangle BCM|$. Uhol ABM je teda úsekový k uhlu BCM, a teda AB je dotyčnica k_1.

Komentár

Úloha vyžadovala trocha pokročilejšie znalosti z geometrie, konkrétne bolo treba vedieť, čo sú chordály. Je to veľmi užitočná technika, ktorú sa oplatí vedieť, lebo je to častý spôsob, ako ukázať, že tri priamky sa pretínajú v jednom bode alebo tri body ležia na priamke. Nebojte sa preto si o chordálach niečo prečítať alebo sa na sústredení zúčastniť prednášky na túto tému – nie je veľmi zložitá na pochopenie. So znalosťou chordál na vás bude priamka MN priam kričať: „Ja som chordála!“ a z úlohy sa stane už len klasická úloha na uhlenie a hľadanie tetivových štvoruholníkov.

Autori vzorových riešení: Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišinová, Timea Szöllősová

Zadania úloh letného semestra 45. ročníka

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na `seminar.strom.sk`.

2 Druhá séria

Termín odovzdania riešení: **26. apríl 2021**

Ak nevieš pohnúť ďalej s niektorou z úloh, skús sa pozrieť na pár tipov, ktoré nájdeš na našej webovej stránke `seminar.strom.sk/media/uploads/mohlobysahodit.pdf`

1. Máme dve kružnice k_1 a k_2, pričom k_2 je menšia a dotýka sa k_1 zvnútra v bode X. Stredy kružníc k_1, k_2 označme v poradí S_1, S_2. Bod P leží vnútri k_1 a neleží na k_2 ani na priamke S_1S_2. Body N_1 a F_1 sú priesečníkmi kružnice k_1 a priamky S_1P tak, že $|N_1P| < |F_1P|$. Analogicky, body N_2 a F_2 sú priesečníkmi kružnice k_2 a priamky S_2P, pričom $|N_2P| < |F_2P|$. Dokážte, že uhly N_1XN_2 a F_1XF_2 sú zhodné.

2. Nech q je reálne číslo. Majme potom tri kladné celé čísla a, b, c také, že $q + a$, $q + b$, $q + c$ sú po sebe idúce členy geometrickej postupnosti. Ukážte, že q je racionálne.

3. Dano a Peťo hrajú hru. Dano začína a striedajú sa v ťahoch. Jeden ťah pozostáva z napísania jednej cifry na tabuľu, pričom každá cifra môže byť napísaná buď na začiatok, alebo na koniec postupnosti cifier, ktoré už sú na tabuli. Dokážte, že Dano vie svojimi ťahmi zariadiť to, že číslo na tabuli (skladá sa zo všetkých cifier v tom poradí, ako sú napísané v desiatkovej sústave) po žiadnom Peťovom ťahu nebude druhou mocninou prirodzeného čísla.

4. Na vedúcovskom sústredení sa stretlo 2020 vedúcich. V rámci tréningu na športy sa postupne stretli v spoločenskej všetky neprázdne podmnožiny vedúcich (každá inokedy). Vždy, keď sa podmnožina stretla, dohodla si svoj bojový pokrik, no vybrať si mohla iba z dvoch možností: „Vedúci, horia pukance!“ alebo „Nemám vodu!“. Jednotlivé podmnožiny si zvolili pokriky tak, aby platilo, že podmnožina, ktorá je zjednotením dvoch množín s rovnakým pokrikom, si tiež zvolila ten istý pokrik. Pre každé celé číslo n, $0 \leq n < 2^{2020}$, ukážte, že si mohli zvoliť pokriky tak, že práve n podmnožín má pokrik „Vedúci, horia pukance!“.

5. Nech $ABCD$ je tetivový štvoruholník taký, že $|AB| + |CD| = |BC|$. Ukážte, že osi uhlov DAB a CDA sa pretínajú na úsečke BC.

6. Uvažujme postupnosti z čísel $1, \ldots, n$, ktoré neobsahujú podpostupnosť a, b, a, b (nie nutne za sebou) pre žiadne a a b, ani dve rovnaké čísla za sebou, a v ktorých najľavejšie výskyty čísel tvoria rastúcu postupnosť. Z nich vyberme také, ktoré obsahujú každé číslo aspoň raz a majú dĺžku $2n - 1$, čo je zároveň maximálna dĺžka, akú tieto postupnosti môžu nadobudnúť (to ukazovať nemusíte). Napr. pre $n = 3$ máme postupnosti 12321 a 12131. Ukážte, že ich počet je C_{n-1}, kde $C_0 = 1$ a $C_n = C_0C_{n-1} + C_1C_{n-2} + \cdots + C_{n-1}C_0$ pre $n \geq 1$.

Poradie po 1. sérii letného semestra 45. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1. - 2.	Lucia Chladná	Z9	GAMČABA	9	9	9	9	9	-	0	54
	Veronika Chovancová	S2	PiarGTN	9	9	9	9	9	-	0	54
3.	Martin Kopčány	S2	GJChaBR	9	9	9	8	9	-	0	52
4.	Karin Eštoková	S2	GMRŠKE	9	7	9	6	9	-	0	46
5.	Lenka Hake	S4	GAlejKE	9	9	9	8	9	-	0	44
6.	Barbora Baltovičová	S1	GAlejKE	9	9	-	9	7	-	0	43
7. - 8.	Sara Gašparová	S2	GAMČABA	9	9	9	9	1	-	0	38
	Oskar Hritz	S2	GPoštKE	9	6	6	4	9	-	0	38
9.	Timea Jakubócyová	S4	BGMHSuč	9	9	9	9	-	-	0	36
10.	Matúš Masrna	S3	GPoštKE	9	9	8	9	-	-	0	35
11. - 12.	Peter Kochelka	S3	GJGTBB	7	6	9	6	-	-	0	28
	Ivan Kushpel	S3	GAMČABA	8	-	6	6	8	-	0	28
13.	Martin Andričík	S4	GPoštKE	5	5	3	9	1	4	0	27
14.	Natália Čigašová	S2	GPoštKE	7	7	8	4	-	-	0	26
15. - 18.	Martin Kliment	S3	GPoštKE	3	6	7	9	-	-	-1	25
	Erik Novák	S3	GPoštKE	7	9	9	-	-	-	0	25
	Katarína Farbulová	Z9	GAlejKE	9	-	7	-	-	-	0	25
	Richard Gerboc	S2	GPoštKE	9	4	9	3	-	-	0	25

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
19. - 21.	Michaela Rusnáková	S4	GAlejKE	9	6	-	-	9	-	0	24
	Štefan Vašak	S2	GPoštKE	8	7	9	-	-	-	0	24
	Katarína Gersová	S1	GJHN3BA	-	9	4	2	0	-	0	24
22.	Maxima Bednarčíková	Z9	GAlejKE	9	-	4	-	-	-	0	22
23.	Ľubomír Vargovčík	S2	GPoštKE	9	4	8	-	-	-	0	21
24. - 25.	Bianka Gurská	S1	GPoštKE	7	6	-	-	-	-	0	20
	David Belobrad	S4	GAMČABA	9	7	4	-	-	-	0	20
26. - 28.	Terézia Stanová	S1	EGJAKKE	7	5	-	-	-	-	0	19
	Miriam Horváthová	S2	GŠtúrMI	9	5	5	-	-	-	0	19
	Viliam Geffert	S2	GPoštKE	9	4	-	6	-	-	0	19
29. - 31.	Ján Richnavský	S4	GPoštKE	9	-	9	-	-	-	0	18
	Martin Šmilňák	S1	GAlejKE	-	9	-	-	-	-	0	18
	Alex Gašparíková	S4	GAMČABA	9	9	-	-	-	-	0	18
32.	Jakub Farbula	S4	GAlejKE	9	-	6	-	-	-	0	15
33.	Lujza Milotová	S4	GPoštKE	7	-	7	-	-	-	0	14
34. - 35.	Natália Poliačiková	Z9	ZKro4KE	-	6	-	-	0	0	0	12
	Branislav Ječim	S1	GŠkolSN	-	6	-	-	-	-	0	12
36.	Vladimír Sklenár	S1	GTVanSL	-	3	3	-	-	-	0	9
37.	Adam Džavoronok	S2	GPoštKE	-	-	-	-	-	8	0	8
38. - 39.	Norbert Micheľ	S4	GPoštKE	6	-	-	-	-	-	0	6
	Adriana Schmotzerová	S4	GPoštKE	6	-	-	-	-	-	0	6
40.	Jakub Kulka	S2	GMRŠKE	-	-	3	-	-	-	0	3

Názov: STROM – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Marec 2021 • Letný semester 45. ročníka (2020/2021)
Web: `seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`
Riešenia: Prijímame poštou, na webe a v prípade poruchy stránky na `riesenia.strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Web: `zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `info@strom.sk`

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk